

⌘ Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ⌘
28 novembre 2017

A. P. M. E. P.

EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse donnée.

Affirmation 1.

Pour tout réel a strictement positif, $\ln(a^3) - \ln(a^2) = \ln(a^{25}) - \ln(a^{24})$.

Affirmation 2.

Si la variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[0; 100]$, alors $P(X < 75) = P(X > 25)$.

Affirmation 3.

On a prélevé un échantillon aléatoire de 400 pièces dans une production et observé 6 pièces défectueuses. La borne supérieure de l'intervalle de confiance de la proportion de pièces défectueuses dans la production au niveau de confiance de 95 % est égale à 0,08.

Affirmation 4.

L'équation $x \ln(x) = 2 \ln(x)$ admet exactement deux solutions : 2 et 1 sur $]0; +\infty[$.

EXERCICE 2

5 points

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième

Une agence de voyage propose des itinéraires touristiques pour lesquels chaque client effectue un aller et un retour en utilisant soit un bateau, soit un train touristique. Le choix du mode de transport peut changer entre l'aller et le retour.

À l'aller, le bateau est choisi dans 65 % des cas.

Lorsque le bateau est choisi à l'aller, il l'est également pour le retour 9 fois sur 10.

Lorsque le train a été choisi à l'aller, le bateau est préféré pour le retour dans 70 % des cas.

On interroge au hasard un client. On considère les événements suivants :

- A : « le client choisit de faire l'aller en bateau » ;
- R : « le client choisit de faire le retour en bateau ».

On rappelle que si E est un événement, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et on note \bar{E} l'évènement contraire de E .

1. Traduire cette situation par un arbre pondéré.
2. On choisit au hasard un client de l'agence.
 - a. Calculer la probabilité que le client fasse l'aller-retour en bateau.
 - b. Montrer que la probabilité que le client utilise les deux moyens de transport est égale à 0,31.
3. On choisit au hasard 20 clients de cette agence. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients qui utilisent les deux moyens de transport.
On admet que le nombre de clients est assez grand pour que l'on puisse considérer que X suit une loi binomiale.

- a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
 - b. Déterminer la probabilité qu'exactly 12 clients utilisent les deux moyens de transport différents.
 - c. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 2 clients qui utilisent les deux moyens de transport différents.
4. Le coût d'un trajet aller ou d'un trajet retour est de 1 560 € en bateau; il est de 1 200 € en train.
- On note Y la variable aléatoire qui associe, à un client pris au hasard, le coût en euro de son trajet aller-retour.
- a. Déterminer la loi de probabilité de Y .
 - b. Calculer l'espérance mathématique de Y . Interpréter le résultat.

EXERCICE 2**5 points****Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité***Les deux parties sont indépendantes***Partie A**

En 2012, un village ne comptait qu'un seul médecin, Albert.

Début 2013, un nouveau médecin, Brigitte, s'installe dans ce village.

À l'arrivée de Brigitte, 90 % des habitants du village choisirent Albert comme médecin, les autres choisirent Brigitte.

On suppose que chaque habitant du village est patient du même médecin, Albert ou Brigitte, tout au long d'une année.

On observe, à partir de 2013, que chaque année :

- 13 % des patients d'Albert changent de médecin et deviennent des patients de Brigitte;
- 8 % des patients de Brigitte deviennent des patients d'Albert.

On choisit au hasard un habitant de ce village. Pour tout entier naturel n ,

a_n est la probabilité que cet habitant soit un patient d'Albert pour l'année (2013+n),

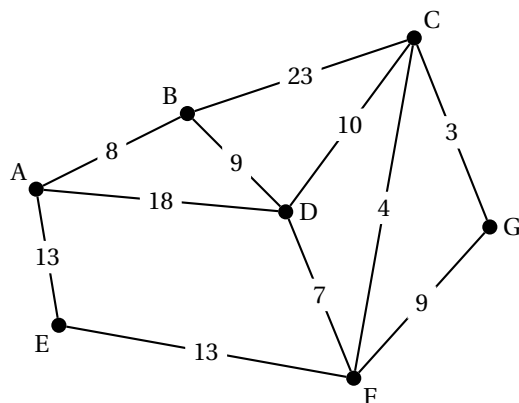
b_n est la probabilité que cet habitant soit un patient de Brigitte pour l'année (2013+n),

$P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ est la matrice correspondant à l'état probabiliste de l'année (2013 + n).

1. Déterminer la matrice ligne P_0 de l'état probabiliste initial.
2. Représenter la situation par un graphe probabiliste.
3. Déterminer la matrice de transition M de ce graphe.
4. Montrer que $P_1 = \begin{pmatrix} 0,791 & 0,209 \end{pmatrix}$.
5. Exprimer P_n en fonction de P_0 , M et n .
6. En déduire la matrice ligne P_4 et interpréter le résultat. Les résultats seront arrondis au millièmes.
7. Déterminer l'état stable $\begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}$ de la répartition des patients des médecins Albert et Brigitte.
En donner une interprétation.

Partie B

Le médecin Albert, qui officie dans le village A, doit rendre visite à un patient d'un village voisin G. Il a construit le graphe ci-dessous où les sommets représentent les villages alentours. Sur les arêtes sont indiquées les distances en kilomètres.



Déterminer le plus court chemin pour aller du village A au village G.

EXERCICE 3**6 points****Commun à tous les candidats**

Début 2013, la superficie totale des forêts sur la terre représente un peu plus de 4 milliards d'hectares.

Au cours de l'année 2013, on estime qu'environ 15 millions d'hectares ont été détruits.

Des plantations d'arbres et une expansion naturelle des forêts ont ajouté 10,2 millions d'hectares de nouvelles forêts en 2013.

1. Montrer que la superficie totale des forêts détruites au cours de l'année 2013 représente 0,375 % de la superficie totale des forêts mesurée au début de l'année.
On admet dans la suite que chaque année, la proportion des surfaces détruites de forêts et la superficie de nouvelles forêts restent constantes.
On note u_n la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre au début de l'année $(2013 + n)$ avec $u_0 = 4000$.
2.
 - a. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,99625u_n + 10,2$.
 - b. Montrer que la superficie totale des forêts sur la Terre, au début de l'année 2014, en millions d'hectares, est $u_1 = 3995,2$.
3. Soit (d_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $d_n = u_n - 2720$.
 - a. Montrer que pour tout entier naturel n , $d_{n+1} = 0,99625 \times d_n$.
 - b. Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Calculer d_0 .
 - c. Déterminer, pour tout entier naturel n , l'expression de d_n , en fonction de n ; en déduire l'expression de u_n en fonction de n .
4.
 - a. Proposer un algorithme affichant la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre, pour chaque année de 2013 à 2029.
 - b. À partir de quelle année la superficie des forêts présentes sur la Terre sera inférieure à 3,9 milliards d'hectares? Préciser la démarche utilisée.

EXERCICE 4**5 points****Commun à tous les candidats**

La courbe (\mathcal{C}_1) ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction f définie et deux fois dérivable sur $[-1; 2]$.

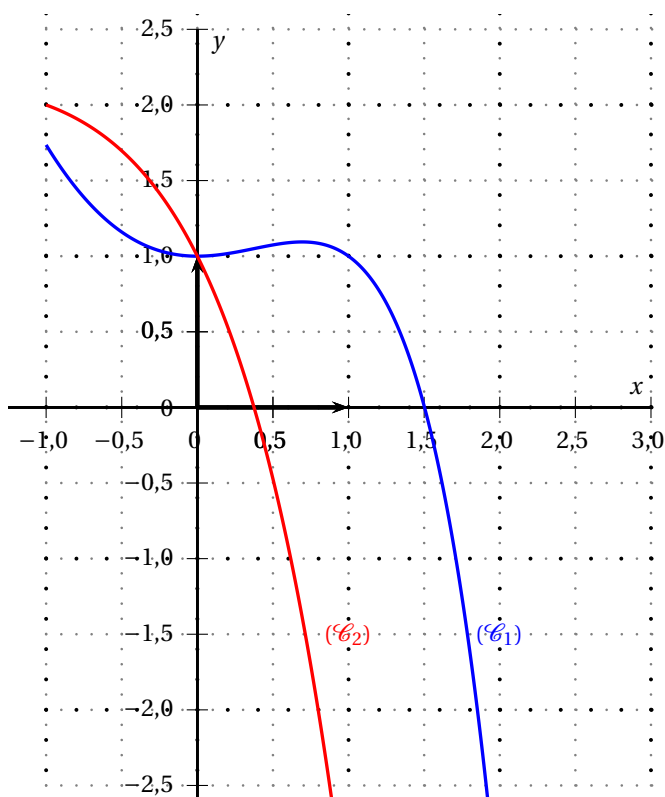
On note f' la fonction dérivée de f et f'' la fonction dérivée seconde de f .

La courbe (\mathcal{C}_2) ci-dessous représente, dans le repère orthonormé, la fonction f'' .

Le point $A(0; 1)$ est situé sur la courbe (\mathcal{C}_1) .

Le point B est le point d'intersection de (\mathcal{C}_2) avec l'axe des abscisses. Une valeur approchée de l'abscisse de B est 0,37.

La tangente à la courbe (\mathcal{C}_1) au point A est horizontale.



1. Par lecture graphique,
 - a. Donner la valeur de $f(0)$.
 - b. Donner la valeur de $f'(0)$.
 - c. Étudier la convexité de f sur $[-1 ; 2]$. Justifier la réponse.
2. On admet désormais que la fonction f est définie pour tout réel x dans $[-1 ; 2]$ par :

$$f(x) = (1 - x)e^x + x^2.$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats suivants :

1	$f(x) := (1 - x) * \exp(x) + x^2$ $\rightarrow (1 - x)e^x + x^2$
2	factoriser(dériver($f(x)$)) $\rightarrow x(2 - e^x)$
3	primitive ($f(x)$) $\rightarrow \frac{1}{3}x^3 + (-x + 2)e^x$

- a. Vérifier le résultat trouvé par le logiciel pour le calcul de $f'(x)$.
- b. Étudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[-1 ; 2]$.
3. a. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α dans $[-1 ; 2]$.
b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,01.

4. Déterminer une équation de la tangente à (\mathcal{C}_1) au point d'abscisse 1.
5.
 - a. Justifier la ligne 3 du tableau de calcul formel.
 - b. On admet que la fonction f est positive sur $[-1 ; 1]$. En déduire l'aire exacte, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe (\mathcal{C}_1) , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 1$, puis en donner une valeur arrondie au dixième.