

**Baccalauréat S Métropole–La Réunion**  
**12 septembre 2016**

A. P. M. E. P.

**EXERCICE 1**

**6 POINTS**

**Commun à tous les candidats**

Les trois parties sont indépendantes. Les résultats des probabilités seront arrondis à  $10^{-3}$  près.

**Partie 1**

On estime qu'en 2013 la population mondiale est composée de 4,6 milliards de personnes âgées de 20 à 79 ans et que 46,1 % des personnes âgées de 20 à 79 ans vivent en zone rurale et 53,9 % en zone urbaine.

En 2013, d'après la fédération internationale du diabète, 9,9 % de la population mondiale âgée de 20 à 79 ans vivant en zone urbaine est atteinte de diabète et 6,4 % de la population mondiale âgée de 20 à 79 ans vivant en zone rurale est atteinte de diabète.

On interroge au hasard une personne âgée de 20 à 79 ans. On note :

$R$  l'évènement : « la personne choisie habite en zone rurale »,

$D$  l'évènement : « la personne choisie est atteinte de diabète ».

1. Traduire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. a. Calculer la probabilité que la personne interrogée soit diabétique.  
b. La personne choisie est diabétique. Quelle est la probabilité qu'elle habite en zone rurale ?

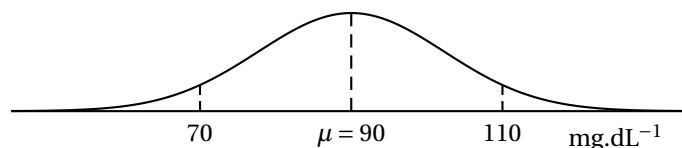
**Partie 2**

Une personne est dite en hypoglycémie si sa glycémie à jeun est inférieure à  $60 \text{ mg.dL}^{-1}$  et elle est en hyperglycémie si sa glycémie à jeun est supérieure à  $110 \text{ mg.dL}^{-1}$ . La glycémie à jeun est considérée comme « normale » si elle est comprise entre  $70 \text{ mg.dL}^{-1}$  et  $110 \text{ mg.dL}^{-1}$ . Les personnes ayant un taux de glycémie compris entre  $60$  et  $70 \text{ mg.dL}^{-1}$  ne font pas l'objet d'un suivi particulier.

On choisit au hasard un adulte dans cette population. Une étude a permis d'établir que la probabilité qu'il soit en hyperglycémie est  $0,052$  à  $10^{-3}$  près. Dans la suite on admettra que cette probabilité est égale à  $0,052$ .

On modélise la glycémie à jeun, exprimée en  $\text{mg.dL}^{-1}$ , d'un adulte d'une population donnée, par une variable aléatoire  $X$  qui suit une loi normale d'espérance  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$ .

On donne ci-dessous la représentation graphique de la densité de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .



1. Quelle est la probabilité que la personne choisie ait une glycémie à jeun « normale » ?
2. Déterminer la valeur de  $\sigma$  arrondie au dixième.
3. Dans cette question, on prend  $\sigma = 12$ . Calculer la probabilité que la personne choisie soit en hypoglycémie.

**Partie 3**

Afin d'estimer la proportion, pour l'année 2013, de personnes diagnostiquées diabétiques dans la population française âgée de 20 à 79 ans, on interroge au hasard 10 000 personnes.

Dans l'échantillon étudié, 716 personnes ont été diagnostiquées diabétiques.

1. À l'aide d'un intervalle de confiance au niveau de confiance 95 %, estimer la proportion de personnes diagnostiquées diabétiques dans la population française âgée de 20 à 79 ans.
2. Quel doit être le nombre minimal de personnes à interroger si l'on veut obtenir un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 0,01 ?

**EXERCICE 2****4 POINTS****Commun à tous les candidats**

On considère les nombres complexes  $z_n$  définis pour tout entier  $n \geq 0$  par la donnée de  $z_0$ , où  $z_0$  est différent de 0 et de 1, et la relation de récurrence :

$$z_{n+1} = 1 - \frac{1}{z_n}.$$

1. **a.** Dans cette question, on suppose que  $z_0 = 2$ . Déterminer les nombres  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  et  $z_6$ .
- b.** Dans cette question, on suppose que  $z_0 = i$ . Déterminer la forme algébrique des nombres complexes  $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5$  et  $z_6$ .
- c.** Dans cette question on revient au cas général où  $z_0$  est un complexe donné. Que peut-on conjecturer pour les valeurs prises par  $z_{3n}$  selon les valeurs de l'entier naturel  $n$  ?  
Prouver cette conjecture.
2. Déterminer  $z_{2016}$  dans le cas où  $z_0 = 1 + i$ .
3. Existe-t-il des valeurs de  $z_0$  tel que  $z_0 = z_1$  ? Que peut-on dire de la suite  $(z_n)$  dans ce cas ?

**EXERCICE 3****5 POINTS****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 et de 2 pièces A et B ayant chacune un côté pile et un côté face. Un jeu consiste à lancer une ou plusieurs fois le dé.

Après chaque lancer de dé, si l'on obtient 1 ou 2, alors on retourne la pièce A, si l'on obtient 3 ou 4, alors on retourne la pièce B et si l'on obtient 5 ou 6, alors on ne retourne aucune des deux pièces.

Au début du jeu, les 2 pièces sont du côté face.

1. Dans l'algorithme ci-dessous, 0 code le côté face d'une pièce et 1 code le côté pile. Si  $a$  code le côté de la pièce A à un instant donné, alors  $1 - a$  code le côté de la pièce A après l'avoir retournée.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------|-------|
| <b>Variables :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $a, b, d, s$ sont des entiers<br>$i, n$ sont des entiers supérieurs ou égaux à 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| <b>Initialisation :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | $a$ prend la valeur 0<br>$b$ prend la valeur 0<br>Saisir $n$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| <b>Traitement :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Pour $i$ allant de 1 à $n$ faire<br><table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>d</math> prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Si <math>d \leq 2</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>a</math> prend la valeur <math>1 - a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon Si <math>d \leq 4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> </table><br>$s$ prend la valeur $a + b$<br>FinPour | $d$ prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 6 | Si $d \leq 2$                                                                                                                                            | <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>a</math> prend la valeur <math>1 - a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon Si <math>d \leq 4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> </table> | alors $a$ prend la valeur $1 - a$ | sinon Si $d \leq 4$ | <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> </table> | alors $b$ prend la valeur $1 - b$ | FinSi | FinSi |
| $d$ prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| Si $d \leq 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>a</math> prend la valeur <math>1 - a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon Si <math>d \leq 4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> </table> | alors $a$ prend la valeur $1 - a$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | sinon Si $d \leq 4$                                            | <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> </table> | alors $b$ prend la valeur $1 - b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | FinSi                             |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| alors $a$ prend la valeur $1 - a$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| sinon Si $d \leq 4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> </table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | alors $b$ prend la valeur $1 - b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| alors $b$ prend la valeur $1 - b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| FinSi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| FinSi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |
| <b>Sortie :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Afficher $s$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                   |                     |                                                                                                                                                          |                                   |       |       |

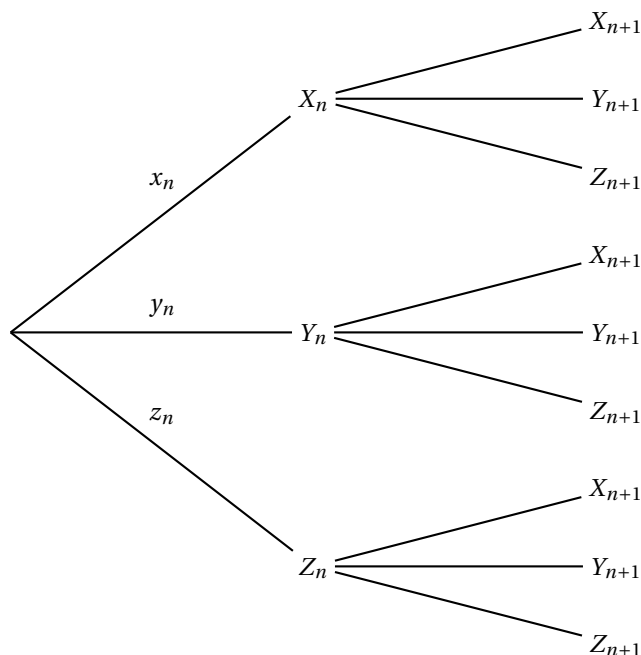
- a. On exécute cet algorithme en saisissant  $n = 3$  et en supposant que les valeurs aléatoires générées successivement pour  $d$  sont 1 ; 6 et 4. Recopier et compléter le tableau donné ci-dessous contenant l'état des variables au cours de l'exécution de l'algorithme :

| variables                           | $i$ | $d$ | $a$ | $b$ | $s$ |
|-------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| initialisation                      | X   | X   |     |     | X   |
| 1 <sup>er</sup> passage boucle Pour |     |     |     |     |     |
| 2 <sup>e</sup> passage boucle Pour  |     |     |     |     |     |
| 3 <sup>e</sup> passage boucle Pour  |     |     |     |     |     |

- b. Cet algorithme permet-il de décider si à la fin les deux pièces sont du côté pile ?
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on note :
- $X_n$  l'évènement : « À l'issue de  $n$  lancers de dés, les deux pièces sont du côté face »
  - $Y_n$  l'évènement : « À l'issue de  $n$  lancers de dés, une pièce est du côté pile et l'autre est du côté face »
  - $Z_n$  l'évènement : « À l'issue de  $n$  lancers de dés, les deux pièces sont du côté pile ».

De plus on note,  $x_n = P(X_n)$  ;  $y_n = P(Y_n)$  et  $z_n = P(Z_n)$  les probabilités respectives des évènements  $X_n$ ,  $Y_n$  et  $Z_n$ .

- a. Donner les probabilités  $x_0$ ,  $y_0$  et  $z_0$  respectives qu'au début du jeu il y ait 0, 1 ou 2 pièces du côté pile.
- b. Justifier que  $P_{X_n}(X_{n+1}) = \frac{1}{3}$ .
- c. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les probabilités sur ses branches, certaines pouvant être nulles :



- d. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $z_n$  en fonction de  $x_n$  et  $y_n$ .
- e. En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $y_{n+1} = -\frac{1}{3}y_n + \frac{2}{3}$ .
- f. On pose, pour tout entier naturel  $n$ ,  $b_n = y_n - \frac{1}{2}$ .  
Montrer que la suite  $(b_n)$  est géométrique.  
En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $y_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ .
- g. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$ .  
Interpréter le résultat.

**EXERCICE 3****5 POINTS****Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 et de 3 pièces A, B et C ayant chacune un côté pile et un côté face.

Un jeu consiste à lancer une ou plusieurs fois le dé.

Après chaque lancer de dé, si l'on obtient 1 ou 2, alors on retourne la pièce A, si l'on obtient 3 ou 4, alors on retourne la pièce B et si l'on obtient 5 ou 6, alors on retourne la pièce C.

Au début du jeu, les 3 pièces sont toutes du côté face.

1. Dans l'algorithme ci-dessous, 0 code le côté face et 1 code le côté pile. Si  $a$  code un côté de la pièce A, alors  $1 - a$  code l'autre côté de la pièce A.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------|-------|---------------------------------|
| <b>Variables :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $a, b, c, d, s$ sont des entiers naturels<br>$i, n$ sont des entiers supérieurs ou égaux à 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| <b>Initialisation :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $a$ prend la valeur 0<br>$b$ prend la valeur 0<br>$c$ prend la valeur 0<br>Saisir $n$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| <b>Traitement :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Pour $i$ allant de 1 à $n$ faire<br><table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>d</math> prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 6</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">Si <math>d \leq 2</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>a</math> prend la valeur <math>1 - a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon Si <math>d \leq 4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon <math>c</math> prend la valeur <math>1 - c</math></td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>s</math> prend la valeur <math>a + b + c</math></td> </tr> </table><br>FinPour | $d$ prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 6 | Si $d \leq 2$                                                                                                                                                                                                                                              | <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>a</math> prend la valeur <math>1 - a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon Si <math>d \leq 4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon <math>c</math> prend la valeur <math>1 - c</math></td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> </table> | alors $a$ prend la valeur $1 - a$ | sinon Si $d \leq 4$ | <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon <math>c</math> prend la valeur <math>1 - c</math></td> </tr> </table> | alors $b$ prend la valeur $1 - b$ | sinon $c$ prend la valeur $1 - c$ | FinSi | FinSi | $s$ prend la valeur $a + b + c$ |
| $d$ prend la valeur d'un entier aléatoire compris entre 1 et 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| Si $d \leq 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>a</math> prend la valeur <math>1 - a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon Si <math>d \leq 4</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon <math>c</math> prend la valeur <math>1 - c</math></td> </tr> </table> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">FinSi</td> </tr> </table> | alors $a$ prend la valeur $1 - a$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | sinon Si $d \leq 4$                                            | <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon <math>c</math> prend la valeur <math>1 - c</math></td> </tr> </table> | alors $b$ prend la valeur $1 - b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | sinon $c$ prend la valeur $1 - c$ | FinSi               |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| alors $a$ prend la valeur $1 - a$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| sinon Si $d \leq 4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding: 2px;">alors <math>b</math> prend la valeur <math>1 - b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">sinon <math>c</math> prend la valeur <math>1 - c</math></td> </tr> </table>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | alors $b$ prend la valeur $1 - b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | sinon $c$ prend la valeur $1 - c$                              |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| alors $b$ prend la valeur $1 - b$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| sinon $c$ prend la valeur $1 - c$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| FinSi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| FinSi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| $s$ prend la valeur $a + b + c$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |
| <b>Sortie :</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Afficher $s$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |                     |                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   |                                   |       |       |                                 |

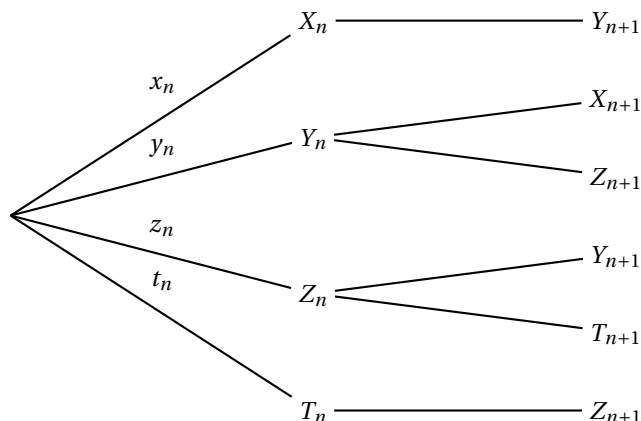
- a. On exécute cet algorithme en saisissant  $n = 3$  et en supposant que les valeurs aléatoires générées successivement pour  $d$  sont 1 ; 4 et 2. Recopier et compléter le tableau donné ci-dessous contenant l'état des variables au cours de l'exécution de l'algorithme :

| variables                           | $i$ | $d$ | $a$ | $b$ | $c$ | $s$ |
|-------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| initialisation                      | X   | X   |     |     |     | X   |
| 1 <sup>er</sup> passage boucle Pour |     |     |     |     |     |     |
| 2 <sup>e</sup> passage boucle Pour  |     |     |     |     |     |     |
| 3 <sup>e</sup> passage boucle Pour  |     |     |     |     |     |     |

- b. Cet algorithme permet-il de savoir si, après une exécution de  $n$  tirages, les trois pièces sont du côté pile ?
2. Pour tout entier naturel  $n$ , on note :
- $X_n$  l'évènement : « À l'issue de  $n$  lancers de dés, les trois pièces sont du côté face »
  - $Y_n$  l'évènement : « À l'issue de  $n$  lancers de dés, une seule pièce est du côté pile et les autres sont du côté face »
  - $Z_n$  l'évènement : « À l'issue de  $n$  lancers de dés, exactement deux pièces sont du côté pile et l'autre est du côté face »
  - $T_n$  l'évènement : « À l'issue de  $n$  lancers de dés, les trois pièces sont du côté pile ».

De plus on note,  $x_n = p(X_n)$  ;  $y_n = p(Y_n)$  ;  $z_n = p(Z_n)$  et  $t_n = p(T_n)$  les probabilités respectives des évènements  $X_n$ ,  $Y_n$ ,  $Z_n$  et  $T_n$ .

- a. Donner les probabilités  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$  et  $t_0$  respectives qu'au début du jeu il y ait 0, 1, 2 ou 3 pièces du côté pile.
- b. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les probabilités sur ses branches :



3. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $U_n$  la matrice ligne  $(x_n y_n z_n t_n)$ .
- Donner la matrice  $U_0$ .
  - À l'aide de l'arbre précédemment rempli, déterminer la matrice carrée  $M$  telle que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_{n+1} = U_n \times M$ .
4. Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $U_n = U_0 \times M^n$ .
5. On admet que, pour tout entier  $n \geq 1$ ,

$$x_n = \frac{(-1)^n + 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n + 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n + 1}{8};$$

$$y_n = \frac{-3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n + 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n - (-1)^n \times 3 + 3}{8};$$

$$z_n = \frac{-3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n - 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n + (-1)^n \times 3 + 3}{8};$$

$$t_n = \frac{-(-1)^n + 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n - 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n + 1}{8}.$$

- Calculer la probabilité, arrondie à  $10^{-3}$  près, qu'au bout de 5 lancers de dés, une seule des trois pièces soit du côté pile.
- Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte
  - Première affirmation :  
« À l'issue d'un nombre pair de lancers de dés, les pièces peuvent être toutes les trois du côté pile ».
  - Deuxième affirmation :  
« Au cours du jeu, la probabilité que les pièces soient toutes les trois du côté pile peut être supérieure ou égale à  $\frac{1}{4}$  ».
  - Troisième affirmation :  
« Au cours du jeu, la probabilité que les pièces soient toutes les trois du côté pile peut être supérieure ou égale à 0,249 ».

**EXERCICE 4****5 POINTS****Commun à tous les candidats**

Un hélicoptère est en vol stationnaire au-dessus d'une plaine. Un passager lâche verticalement un colis muni d'un parachute.

**Partie 1**

Soit  $v_1$  la fonction définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$v_1(t) = 5 \times \frac{e^{0,3t} - 1}{e^{0,3t} + 1}.$$

1. Déterminer le sens de variation de la fonction  $v_1$ .
2. On suppose, dans cette question, que le parachute fonctionne correctement. On admet que  $t$  secondes après qu'il a été lâché, la vitesse du colis (exprimée en  $\text{m.s}^{-1}$ ) est égale, avant d'atteindre le sol, à  $v_1(t)$ .  
On considère que le colis arrive en bon état sur le sol si sa vitesse à l'arrivée n'excède pas  $6 \text{ m.s}^{-1}$ .  
Le colis risque-t-il d'être endommagé lorsque le parachute s'ouvre correctement ? Justifier.

## Partie 2

On suppose, dans cette partie, que le parachute ne s'ouvre pas.

On admet que, dans ce cas, avant que le colis atteigne le sol, sa vitesse (exprimée en  $\text{m.s}^{-1}$ ),  $t$  secondes après avoir été lâché par le passager, est donnée par :

$$v_2(t) = 32,7(1 - e^{-0,3t}).$$

1. Quelle est la vitesse, exprimée en  $\text{m.s}^{-1}$ , atteinte par le colis au bout de 10 secondes ? Arrondir à  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$ .
2. Résoudre l'équation  $v_2(t) = 30 \text{ m.s}^{-1}$ . Donner une interprétation concrète de la solution de cette équation dans le cadre de cet exercice.
3. On sait que la chute du colis dure 20 secondes.  
On admet que la distance, en mètres, qui sépare l'hélicoptère du colis,  $T$  secondes après avoir été lâché par le passager, est donnée par :

$$d(T) = \int_0^T v_2(t) dt.$$

- a. Montrer que, pour tout réel  $T$  de l'intervalle  $[0; 20]$ ,  
 $d(T) = 109(e^{-0,3T} + 0,3T - 1)$ .
  - b. Déterminer une valeur approchée à 1 m près de la distance parcourue par le colis lorsqu'il atteint le sol.
4. Déterminer un encadrement d'amplitude  $0,1 \text{ s}$  du temps mis par le colis pour atteindre le sol si on l'avait lâché d'une hauteur de 700 mètres.