

Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant

Métropole–La Réunion 7 juin 2019

La calculatrice est autorisée.

L'annexe A est à rendre avec la copie après avoir été numérotée

Les quatre exercices sont indépendants

EXERCICE 1

6 points

Partie A

Afin de préparer un voyage à l'étranger, une personne se renseigne sur l'efficacité d'un traitement contre le paludisme. Le traitement n'est pas efficace à 100 %, on peut quand même être malade en ayant pris le traitement.

Une étude montre que, pour les voyageurs français partis récemment dans un pays où le paludisme sévit :

- 60 % ont pris le traitement,
- parmi les voyageurs ayant pris le traitement, 2 % ont quand même contracté la maladie.

On choisit un voyageur français au hasard. On considère les événements suivants :

T : « le voyageur a pris le traitement » et M : « le voyageur a contracté la maladie ».

1. Compléter sur l'annexe A (à rendre avec la copie) les quatre zones pointillées correspondant aux probabilités des événements de l'arbre de probabilité traduisant la situation.
2. Traduire par une phrase, dans le contexte de cet exercice, l'évènement $T \cap M$ et justifier que $P(T \cap M) = 0,012$.
3. Une étude statistique sur les voyageurs français ayant effectué un séjour dans un pays infecté par le paludisme montre que 5 % d'entre eux ont contracté la maladie. Les autorités sanitaires françaises s'appuient sur cette proportion pour effectuer leurs calculs de probabilité.
 - a. Justifier que $P(\overline{T} \cap M) = 0,038$.
 - b. En déduire la probabilité que le voyageur ait contracté la maladie sachant qu'il n'a pas pris le traitement.

Dans cette question, toute démarche, même non aboutie, sera prise en compte dans la notation.
 - c. Déterminer, en vous servant de cette étude, si l'on a intérêt ou non à prendre le traitement. Justifier la réponse.

Partie B

En France, en 2018, le taux de voyageurs français voyageant dans une zone à risque atteints à leur retour par le paludisme était de 5 %.

Une agence de voyages a permis en 2018 le départ de 116 touristes vers cette zone à risque et 3 ont développé la maladie.

Rappel : l'intervalle de fluctuation asymptotique à 0,95 d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n , lorsque la proportion p dans la population est connue, est :

$$I = \left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

1. Indiquer l'intervalle de fluctuation asymptotique à 0,95 de la fréquence de personnes ayant développé la maladie en 2018, obtenue sur un échantillon de taille 116 (les bornes seront arrondies à 10^{-3} près).

2. Déterminer si le nombre de malades dans ce groupe de 116 touristes est compatible avec les chiffres de la moyenne nationale des voyageurs, c'est-à-dire 5 % de personnes atteintes. Justifier la réponse.

EXERCICE 2**4 points**

En 2011, Clémentine a acheté une voiture, son prix était alors de 10 500 €. En 2018, elle décide de changer de voiture car sa famille s'est agrandie. Elle souhaite la revendre pour faciliter l'achat d'une voiture familiale.

On note $P = 10\,500$, le prix de la voiture, en euros, lors de l'achat.

Si besoin les résultats seront arrondis au centime d'euro près.

1. Sachant que la décote, c'est-à-dire la baisse de la valeur d'une voiture est estimée à 14 % par an, déterminer le prix estimé de la voiture de Clémentine en 2012 puis 2013.

Le prix de la voiture est modélisé par une suite. On note P_n le prix de la voiture après n années.

2. Justifier que (P_n) est une suite géométrique. On précisera la valeur de la raison de cette suite.
3. a. Compléter l'algorithme de l'annexe A (à rendre avec la copie) qui a pour but de faire apparaître la valeur de la voiture en 2018.
- b. En déduire le montant auquel Clémentine peut espérer vendre sa voiture en 2018.

On suppose que Clémentine ne réussit pas à vendre sa voiture au prix espéré et qu'elle décide donc de garder sa voiture. Elle souhaite changer de contrat d'assurance et prendre le moins cher possible lorsque le prix de la voiture sera inférieur au dixième de son prix d'achat.

4. Donner, par la méthode de votre choix, au bout de combien d'années le prix de la voiture sera inférieur au dixième de son prix d'achat.

EXERCICE 3**7 points****Partie A**

Soit f la fonction définie sur $]0 ; 100]$ par :

$$f(x) = -50\ln(x) + 2x + 160.$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentant la fonction f dans un repère orthogonal du plan.

1. Déterminer, en justifiant votre démarche, la limite en 0 de cette fonction f .
2. Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est définie sur $]0 ; 100]$ par :

$$f'(x) = \frac{-50 + 2x}{x}$$

3. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations complet de f , c'est-à-dire en précisant les valeurs remarquables, sur $]0 ; 100]$
4. Donner, à l'unité près, les solutions de l'équation $f(x) = 60$, par la méthode de votre choix que vous expliquerez.

Partie B

Dans une parcelle, on a relevé un nombre anormalement élevé d'animaux d'une espèce nuisible. La situation est jugée sous contrôle lorsque le nombre d'individus de cette espèce dans cette parcelle est inférieur ou égal à 60.

On met en place une méthode pour tenter de réguler les nuisibles. À partir du premier jour, l'évolution du nombre d'animaux de cette espèce en fonction du temps est modélisée par la fonction définie sur $]1 ; 100]$ par

$$f(x) = -50 \ln(x) + 2x + 160$$

où x représente le nombre de jours écoulés depuis la mise en place de la méthode de régulation. À l'aide de la partie A :

- Déterminer la ou les périodes de temps pour laquelle ou lesquelles le nombre d'animaux nuisibles est inférieur ou égal à 60. On veillera à rédiger une phrase cohérente avec le cadre de cet exercice.
- Discuter de l'efficacité de cette méthode pour aider à prendre la décision de l'appliquer la saison prochaine.

EXERCICE 4**3 points**

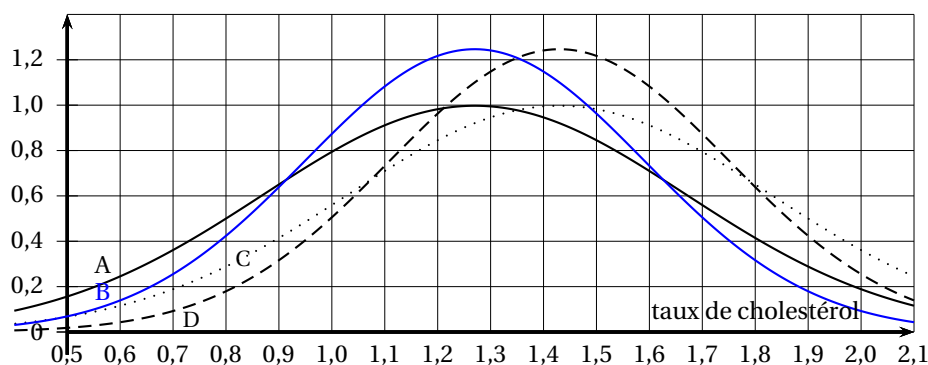
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple dont les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève pas de points.

Vous ferez correspondre avec précision **sur votre copie** le numéro de la question traitée et la réponse donnée.

- D'après le Bulletin épidémiologique hebdomadaire (BEH), près de 20% des adultes en France ont un taux de « mauvais » cholestérol supérieur à la limite recommandée de 1,6 g/L de sang.

Le taux de mauvais cholestérol d'un individu est une variable aléatoire X distribuée selon la loi normale de moyenne 1,27 g/L et d'écart type 0,4 g/L.

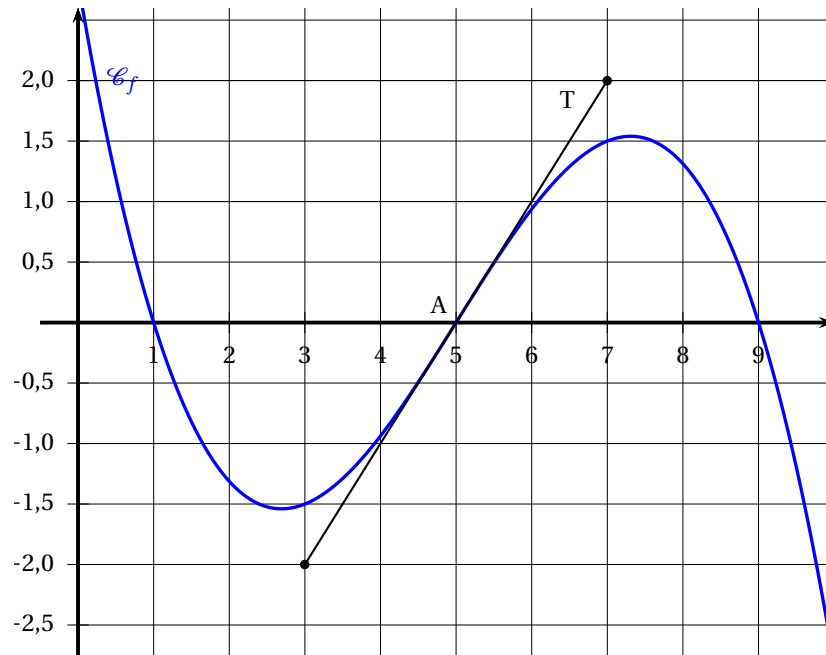
On a représenté ci-dessous quatre courbes de Gauss dont l'une est associée à la variable aléatoire X et trois autres à des lois normales $\mathcal{N}(1,43 ; 0,4)$, $\mathcal{N}(1,43 ; 0,22)$ et $\mathcal{N}(1,27 ; 0,22)$:



Question : La courbe correspondant à la variable aléatoire X est :

- A B C D

- La courbe \mathcal{C}_f de la fonction f admet une tangente T au point A d'abscisse 5.



Question : La valeur de $f'(5)$ est égale à :

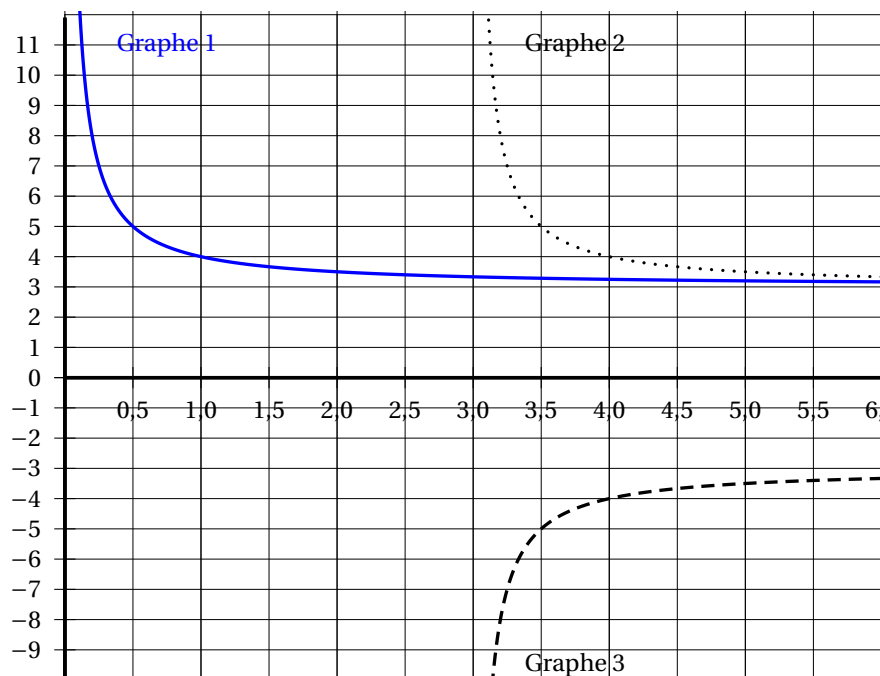
$$f'(5) = -1$$

$$f'(5) = 0$$

$$f'(5) = 1$$

$$f'(5) = 2$$

3. g est une fonction définie sur $]3; +\infty[$ telle que $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} g(x) = +\infty$.

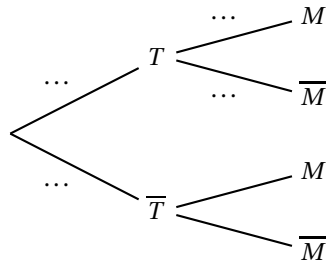


Question : Une courbe représentative pouvant correspondre à la fonction g est :

- A. Graphe 1 B. Graphe 2 C. Graphe 3 D. au moins 2 graphes conviennent

ANNEXE A (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

Exercice 1 :



Exercice 2 : On souhaite faire afficher la valeur de la voiture en 2018 à l'aide de cet algorithme :

<p>Variables P réel; i entier naturel</p> <p>Initialisation P prend la valeur 1 à</p> <p>Traitement Pour i allant de 1 à</p> <p style="padding-left: 2em;">P prend la valeur</p> <p>Fin Pour</p> <p>Sortie Afficher P</p>
--