

**BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE**  
**Session 2017**

**MATHÉMATIQUES**

**Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS**  
**STD2A**

**Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient : 2**

**Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

**Le sujet comporte neuf pages numérotées de 1 à 9.**

**Les annexes situées en pages 6, 7, 8 et 9 sont à compléter et à rendre avec la copie.**

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront dans l'appréciation des copies.*

*L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.*

**EXERCICE 1 (8 points)**

Une entreprise souhaite reproduire des amphores gallo-romaines sur le modèle original ci-dessous.



L'amphore est obtenue par rotation autour d'un axe horizontal d'un profil  $\mathcal{P}$  constitué de la réunion de la courbe  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  et de deux segments  $[AB]$  et  $[CD]$ .

*Le but de l'exercice est de compléter le tracé du profil  $\mathcal{P}$  sur le graphique (annexe 1 page 6).*

Sur ce graphique, le segment vertical  $[AB]$  représente le fond de l'amphore et le segment horizontal  $[CD]$  représente le col de l'amphore, matérialisé par des pointillés sur la photo ci-dessus. Dans le repère orthonormé de ce graphique, le point  $A$  a pour coordonnées  $(-4 ; \frac{1}{2})$ , le point  $B$  a pour coordonnées  $(-4 ; 0)$ , le point  $C$  a pour coordonnées  $(2 ; \frac{1}{2})$  et le point  $D$  a pour coordonnées  $(3 ; \frac{1}{2})$ .

**Partie A : Etude du profil du corps de l'amphore**

La fonction  $f$  est définie sur  $[-4 ; 2]$  par  $f(x) = -\frac{1}{16}(x^3 + 6x^2 - 40)$ .  
 $\mathcal{C}$  est la courbe représentative de  $f$  dans le repère orthonormé précédent.

1. a) Calculer  $f'(x)$ .
- b) Etudier le signe de  $3x^2 + 12x$  sur  $\mathbb{R}$ .
- c) En déduire le signe de  $f'(x)$  et le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[-4 ; 2]$ .
- d) En quelle valeur la fonction  $f$  atteint-elle son maximum ?  
Donner la valeur de ce maximum.

2. Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction  $f$  (les valeurs seront arrondies à  $10^{-1}$  près).
3. Justifier que la courbe  $\mathcal{C}$  passe par les points  $A$  et  $C$ .
4. Quel est le coefficient directeur de la tangente  $T$  au point  $C$  ?
5. Tracer, sur le graphique de l'annexe 1, la tangente  $T$  et la courbe  $\mathcal{C}$ .

### Partie B : Tracé d'une anse et du profil de l'amphore

On va modéliser l'anse supérieure de l'amphore par un arc du cercle  $\Gamma$  d'équation :

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}.$$

1. Donner les coordonnées du centre  $\Omega$  de ce cercle et la valeur exacte de son rayon  $r$ .
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle  $\Gamma$  et de la droite d'équation  $y = \frac{1}{2}$ .  
En déduire les coordonnées du point  $E$ , intersection du cercle  $\Gamma$  et du segment  $[CD]$ .
3. Compléter le graphique de l'annexe 1, en traçant l'arc du cercle  $\Gamma$  représentant l'anse supérieure de l'amphore.
4. Compléter le graphique en traçant le symétrique du profil  $\mathcal{S}$  et de l'anse par rapport à l'axe des abscisses.

**EXERCICE 2 (7 points)**

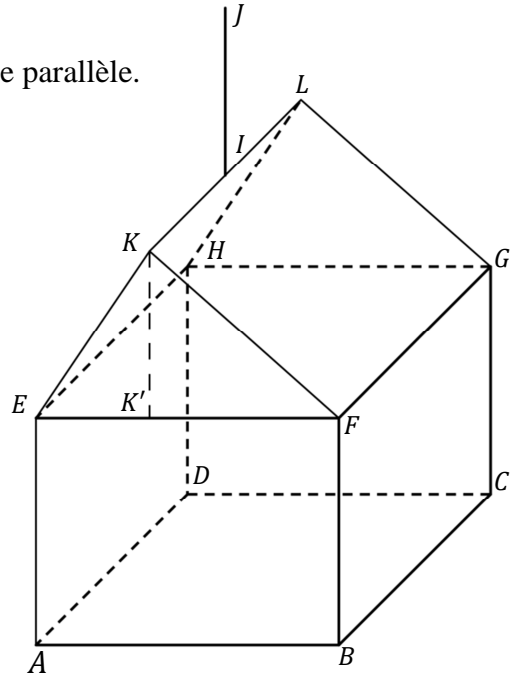
Le dessin ci-contre représente une cabane en perspective parallèle.

$ABCDEFGH$  est un pavé droit dont les faces  $ABCD$  et  $EFGH$  sont horizontales et constituent le sol et le plafond.

Les faces  $ABCD$  et  $EFGH$  sont des carrés.

$EFGHKL$  est un prisme droit.

La base  $EFK$  de ce prisme est un triangle tel que  $EK = 2$  m,  $FK = 2,5$  m et  $EF = 3$  m.



*Les parties A et B sont indépendantes.*

**Partie A : Angle et hauteur du toit.**

1. Montrer que  $\cos(\widehat{EFK}) = 0,75$ .
2. En déduire :
  - a) une valeur approchée, à 0,1 degré près, de l'angle  $\widehat{EFK}$ ,
  - b) une valeur approchée, à 1 cm près, de la hauteur  $KK'$  du toit.

**Partie B : Dessin en perspective centrale de la cabane.**

Dans cette partie, on convient de noter un point de l'espace par une lettre majuscule et de noter son image dans la perspective centrale par une lettre minuscule ( $a$  est l'image de  $A$ ,  $b$  est l'image de  $B$ ....).

Une représentation de la cabane, en perspective centrale est commencée sur l'annexe 2 page 7. La ligne d'horizon est tracée et le mur  $ABFE$  est frontal. **Cette représentation est à compléter et à rendre avec la copie. Aucune justification des tracés n'est attendue mais on laissera visibles les traits de construction.**

1. Placer le point de fuite principal  $w$ .
2. Compléter le tracé de l'image du pavé droit  $ABCDEFGH$ .
3. Tracer l'image du toit  $EFGHKL$ .
4. Une antenne verticale représentée par le segment  $[IJ]$  est située au milieu de  $[KL]$ . Sa hauteur est identique à celle du toit. Tracer  $[ij]$ .

**EXERCICE 3 (5 points)**

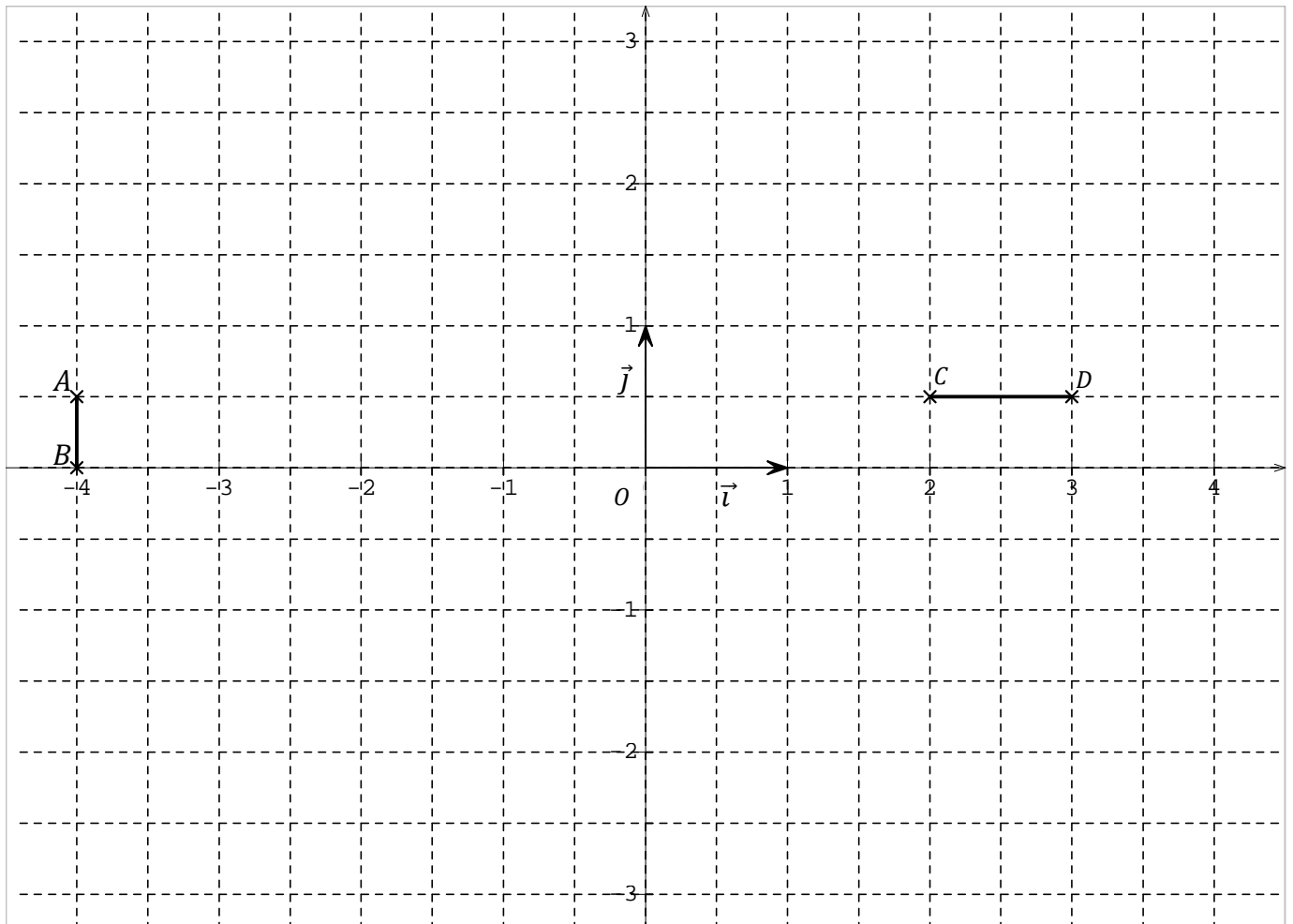
Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

On donne les points :  $A\left(-1 ; \frac{3}{2}\right)$ ,  $B\left(1 ; \frac{3}{2}\right)$  et  $C(2 ; 0)$ .

1. a) Placer les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  dans le repère de l'annexe 3 page 8.
  - b) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{CB}$ . Que peut-on en déduire pour le quadrilatère  $OABC$  ?
  - c) Calculer  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ .
  - d) En déduire la valeur exacte de  $\cos(\widehat{AOC})$ , puis une valeur approchée, arrondie au degré, de  $\widehat{AOC}$ .
2. a) Construire l'image de  $OABC$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{OC}$  dans le repère de l'annexe 3 page 8.
  - b) Construire l'image de  $OABC$  par la symétrie d'axe  $(OC)$  dans le repère de l'annexe 3 page 8.
  - c) Poursuivre la construction du pavage du plan, commencée dans les questions 2a) et 2b), en utilisant uniquement les translations de vecteur  $\overrightarrow{OC}$  ou  $\overrightarrow{CO}$  et des symétries d'axe parallèle à  $(OC)$ .  
(On pavera la partie du plan définie par  $-6 \leq x \leq 6$  et  $-3 \leq y \leq 3$ ).
3. En utilisant le quadrilatère  $OABC$ , construire sur l'annexe 4 page 9 un autre pavage. Citer les transformations utilisées.  
(On pavera la partie du plan définie par  $-6 \leq x \leq 6$  et  $-3 \leq y \leq 3$ ).

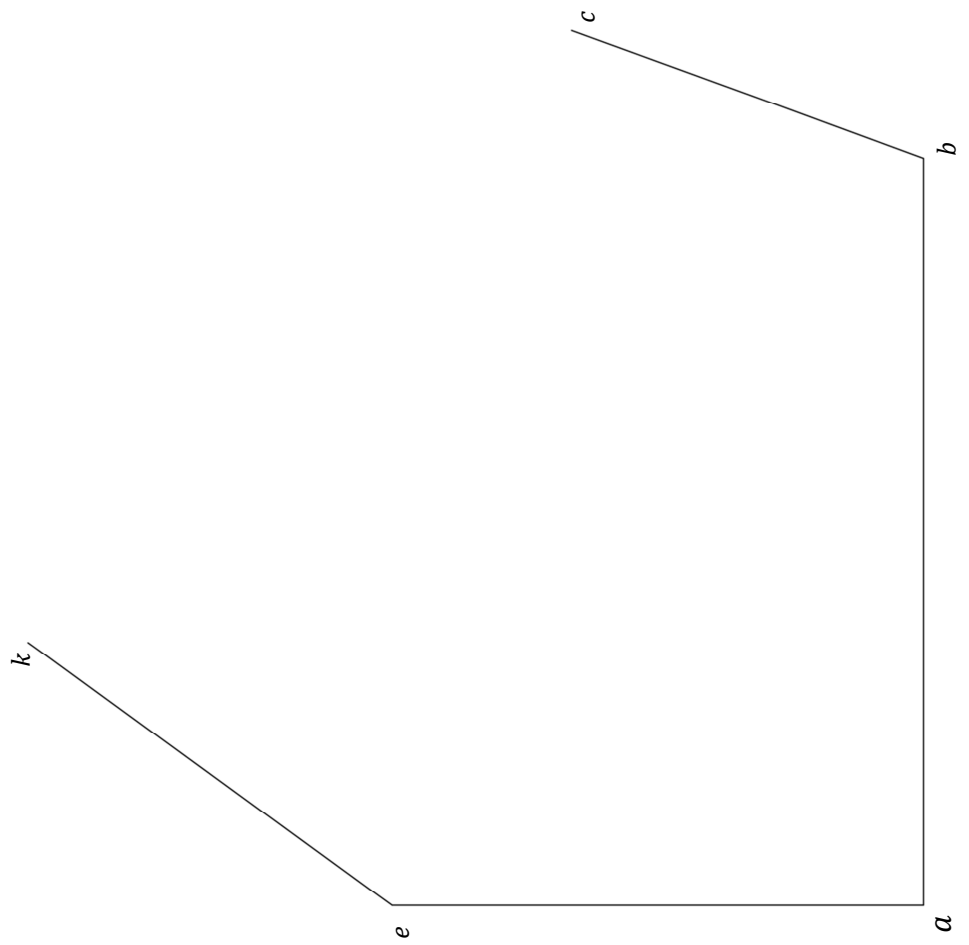
## Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)

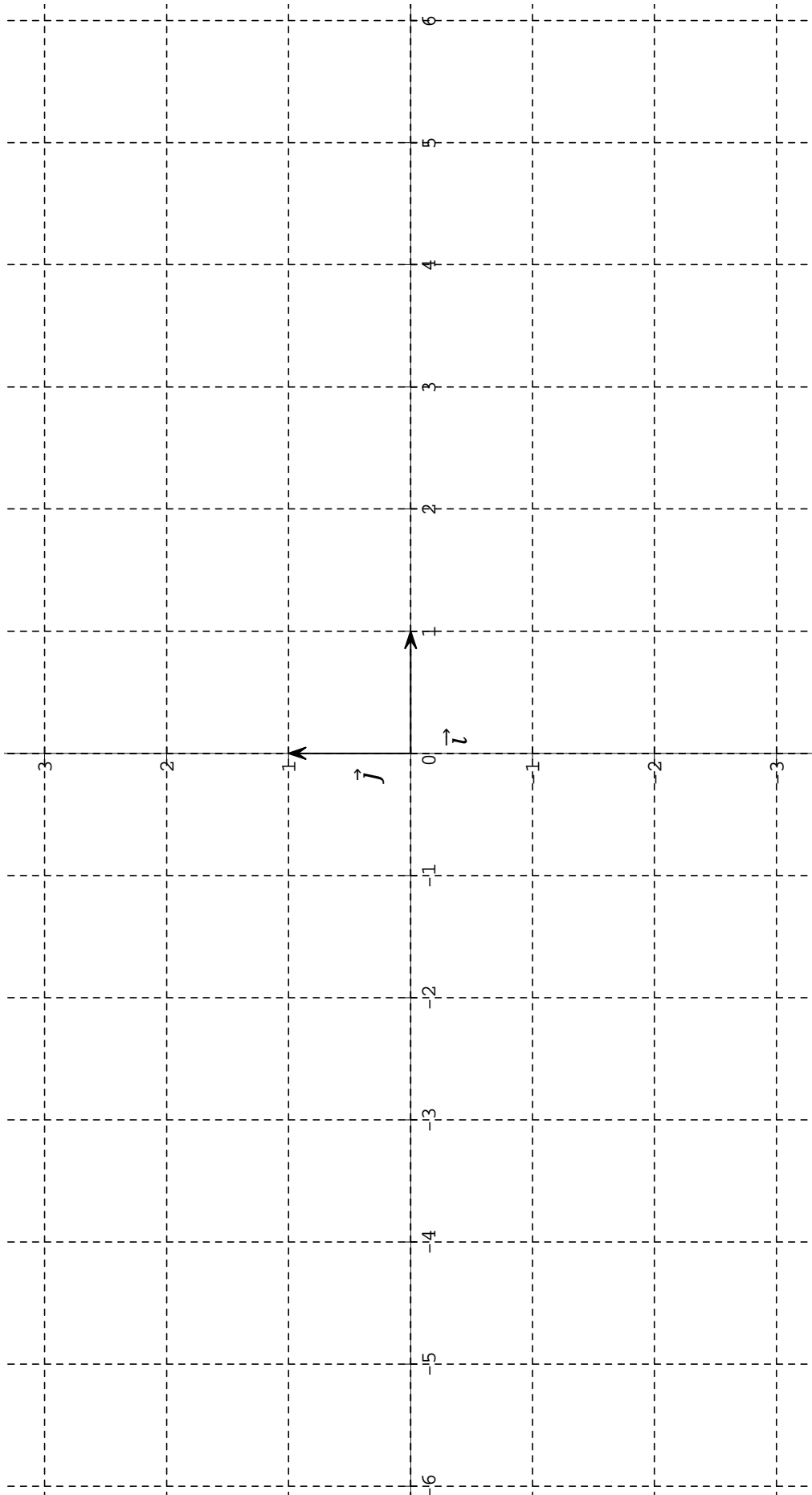
$x$	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													



**Annexe 2 - Exercice 2 (à rendre avec la copie)**

ligne d'horizon



**Annexe 3 - Exercice 3, questions 1 et 2 (à rendre avec la copie)**



**Annexe 4 - Exercice 3, question 3 (à rendre avec la copie)**