Durée : 4 heures

∽ Baccalauréat STI 2D/STL spécialité SPCL ∾ Nouvelle-Calédonie 15 novembre 2016

EXERCICE 1 **6 points**

La politique communautaire de gestion des déchets et ses déclinaisons françaises sont définies par de nombreuses directives, dont la portée varie. Certaines ont une portée générale et d'autres concernent certaines catégories de déchets spécifiques.

Le Projet de Plan national de prévention des déchets 2010 – 2020 *concerne les déchets ménagers et assimilés (DMA). L'objectif proposé par ce projet est une réduction annuelle de 7 % des DMA produits par habitant entre* 2010 *et* 2020.

Les DMA produits en France ont été de 590 *kg par habitant en* 2011 *et de* 570 *kg par habitant en* 2013.

Source ADEME

Partie A :

La réduction des DMA produits entre 2011 et 2013 atteint-elle l'objectif fixé par le Projet de Plan national de prévention des déchets ?

Partie B :

On considère que les objectifs du plan national de prévention des déchets sont atteints à partir de 2013. On modélise par une suite (u_n) la quantité de DMA produits en kg par habitant, le terme Un correspondant à l'année $(2013 + n)$.
Ainsi $u_0 = 570$.

1. Calculer u_1.
2. Quelle est la quantité de DMA produits, arrondie au kg par habitant, en 2015 ?
3. Déterminer la nature de la suite (u_n) puis exprimer u_n en fonction de n.

Partie C :

On considère l'algorithme ci-contre :

```
Variables
        n : un nombre entier naturel
        q : un nombre réel
        U : un nombre réel
Entrée
        Saisir n
Initialisation
        Affecter à U la valeur 570
        Affecter à q la valeur 0,93
Traitement
        Répéter n fois
            Affecter à U la valeur u × q
Sortie
        Afficher U
```

1. On entre dans l'algorithme la valeur $n = 4$.
   Faire fonctionner cet algorithme pour compléter les cases non grisées du tableau suivant, que l'on recopiera (on donnera des valeurs arrondies au kg près par habitant).

	n	q	u
Entrées et initialisation	4	0,93	570
1er passage dans la boucle de l'algorithme			
2e passage dans la boucle de l'algorithme			
3e passage dans la boucle de l'algorithme			
4e passage dans la boucle de l'algorithme			

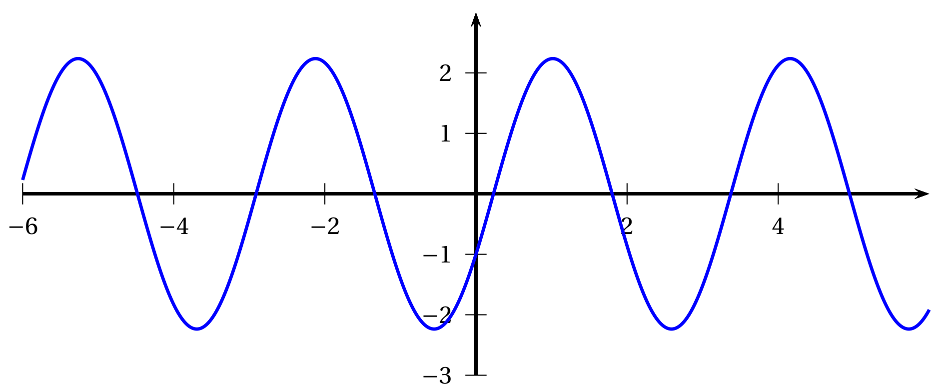
2. Interpréter la valeur de u obtenue au quatrième passage dans la boucle de l'algorithme.
3. Quel sera le pourcentage de réduction des DMA produits entre 2013 et 2017 si l'objectif du Projet de Plan national de prévention des déchets est atteint chaque année ?
4. Quelle devrait être la quantité de DMA produits en 2020 pour atteindre l'objectif fixé par le Projet de Plan national de prévention des déchets ?

EXERCICE 2 **5 points**

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée.
Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1. Considérons les deux nombres complexes $z_1 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$ et $z_2 = 1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$ où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

   Affirmation 1 : Le produit $z_1 \times z_2$ est égal à $2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{12}}$.
2. **Affirmation 2 :** La solution f de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ qui vérifie $f(0) = -1$ et $f'(0) = 2$ admet comme représentation graphique :



3. **Affirmation 3 :** La solution de l'équation $\ln(x+3) = 5$ est $\mathrm{e}^5 - 3$.
4. La durée de vie en heures d'un certain type d'ampoules électriques est modélisée par une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}000\,125$ (exprimé en h).

   Affirmation 4 : En moyenne, la durée de vie d'une ampoule est 1 250 h.
5. **Affirmation 5 :** la fonction $F(x) = x\ln x - x + 2$ est une primitive de la fonction $f(x) = ln x$ sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 3 **4 points**

Le bassin d'une piscine municipale a une capacité de 600 000 litres d'eau. Afin de respecter les normes d'hygiène et de sécurité, 30 000 litres d'eau de la piscine sont renouvelés chaque heure et le taux de chlore maximum autorisé est de 0,25 mg/L.

Un soir après la fermeture de la piscine, alors que le taux de chlore est indétectable, 1 kg de chlore est déversé par erreur dans le bassin à 20 h.

Le directeur de la piscine souhaiterait savoir quand il pourra ouvrir à nouveau la piscine au public.

On modélise la concentration massique du chlore présent dans la piscine par une fonction f. Lorsque t désigne le temps écoulé depuis l'accident, exprimé en heures, $f(t)$ représente la concentration massique du chlore présent dans la piscine en milligrammes par litre.
On admet que la fonction f est solution de l'équation différentielle (E) :

$$y' + 0,05y = 0 \quad \text{où } y \text{ désigne une fonction de la variable } t.$$

1. **a.** Résoudre l'équation différentielle (E),

   b. Que vaut $f(0)$? En déduire une expression de $f(t)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$.

2. On admet que f est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(t) = \dfrac{5}{3} \times \mathrm{e}^{-0,05t}$.

   À quel moment la piscine pourra-t-elle ouvrir de nouveau au public ?

EXERCICE 4 **8 points**

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante. Dans l'ensemble de l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
Une usine fabrique des batteries au lithium-ion pour des vélos électriques. Le cahier des charges indique qu'une batterie mesure 15 cm de large.
Lors de la fabrication, on modélise la largeur des batteries par une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 15$ et d'écart-type $\sigma = 0,02$. L'objectif de cet exercice est d'analyser la qualité de la production dans cette usine.

Partie A

Une batterie est jugée conforme lorsque sa largeur, exprimée en centimètres, appartient à l'intervalle [14,95 ; 15,05].

1. Calculer la probabilité qu'une batterie prélevée au hasard dans la production soit non conforme.
   L'usine vend ses batteries au lithium-ion par lots de 2 000 aux fabricants de vélos électriques.
   En moyenne, chaque lot de 2 000 batteries en contient 24 non conformes.

   On note p la probabilité qu'une batterie soit non conforme. On prélève au hasard 2000 batteries dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

   On modélise le nombre de batteries non conformes dans un lot de 2 000 par une variable aléatoire Y.

2. Quelle loi suit la variable aléatoire Y ? Préciser ses paramètres.
3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins 30 batteries non conformes dans un lot de 2 000 batteries.

Partie B

Dans le cadre d'un fonctionnement correct des machines de la chaîne de production, on admet que la proportion p de batteries non conformes est 1,2 %.
Le responsable de l'usine affirme qu'il ne vend pas de lot de 2 000 batteries qui en contienne plus de 40 non conformes. Quelle est la fiabilité de cette affirmation ?
Justifier.