

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2018

## MATHÉMATIQUES

### Sciences et Technologies du Management et de la Gestion

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3

**« L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé. »**

***Le candidat doit traiter les 4 exercices.***

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

*Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.*

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

### Exercice 1 ( 4 points )

**Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).**

Pour chaque question, **une seule des quatre réponses proposées est correcte**. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivie de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'enlève pas de point.

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul, donne l'évolution des ventes d'insecticides en France entre 2011 et 2015.

La colonne C a été ajoutée afin de calculer les taux d'évolution annuels des ventes d'insecticides. (On ne demande pas de compléter ce tableau).

	A	B	C
1	Années	Ventes d'insecticides (en tonnes)	Taux d'évolution annuel des ventes d'insecticides
2	2011	2156,069	
3	2012	2331,791	
4	2013	2246,948	
5	2014	2613,725	
6	2015	2469,030	

(Source : Base nationale des données de vente, MEDDE)

1. Le taux d'évolution global des ventes d'insecticides entre 2011 et 2015 arrondi à 0,01 % est :

a. 12,68 %	b. 14,52 %	c. -12,68 %	d. 1,15 %
------------	------------	-------------	-----------

2. Le taux d'évolution annuel moyen des ventes d'insecticides entre 2011 et 2015 arrondi à 0,01 % est de :

a. 2,75 %	b. 3,45 %	c. 3,63 %	d. 2,90 %
-----------	-----------	-----------	-----------

3. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule C3 afin d'obtenir, par recopie vers le bas, les taux d'évolution d'une année à l'autre ?

a. $= (B3 - B2) / B2$	b. $= (B3 - B\$2) / B\$2$	c. $= (B3 - B2) / B3$	d. $= 100 * (B3 - B2) / B3$
--------------------------	------------------------------	--------------------------	--------------------------------

4. Dans cette question, on fait l'hypothèse que les ventes d'insecticides diminuent de 2 % par an à partir de l'année 2015. Sous cette hypothèse on peut estimer que la quantité d'insecticides vendue en 2020 (*en tonnes, arrondie à 0,001*) sera :

a. 2277,355	b. 2222,127	c. 2419,649	d. 2231,808
-------------	-------------	-------------	-------------

## Exercice 2 (5 points)

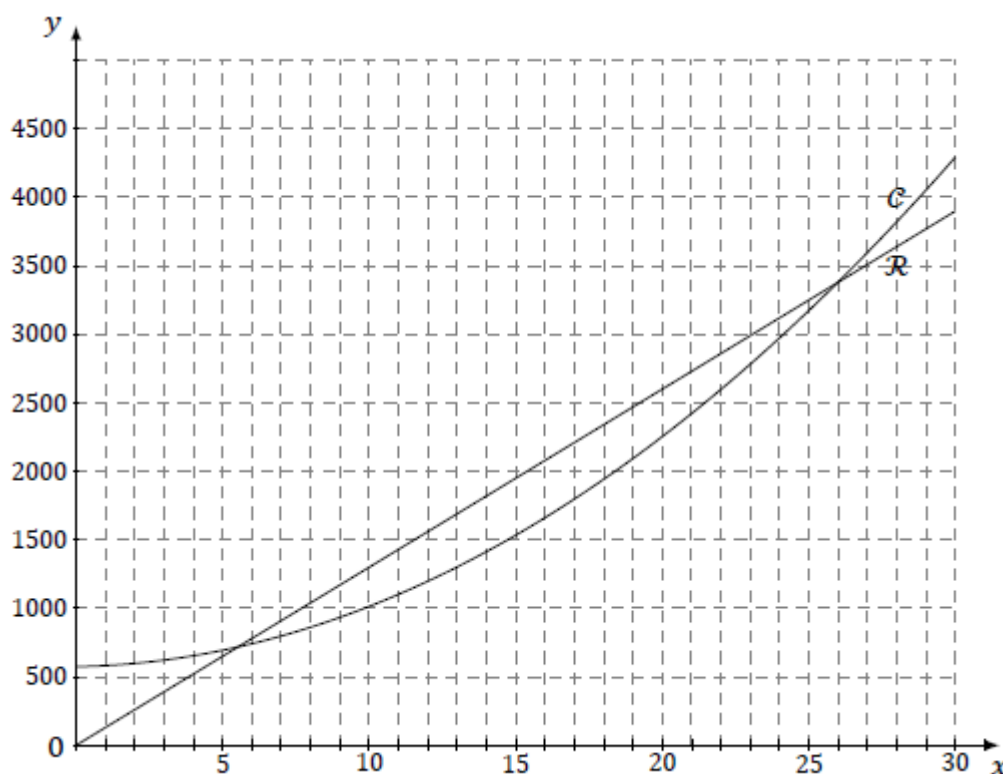
Une entreprise française commercialise des pneus. La production mensuelle maximale est de 30 000 pneus. On suppose que la totalité de la production mensuelle est vendue chaque mois.

Les charges de production, en milliers d'euros, pour  $x$  milliers de pneus vendus sont données par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[0; 30]$  par  $C(x) = 4x^2 + 4x + 574$ .

L'entreprise fixe le prix de vente d'un pneu à 130 euros.

Le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, pour la vente de  $x$  milliers de pneus est donné par la fonction  $R$  définie sur l'intervalle  $[0; 30]$  par  $R(x) = 130x$ .

$\mathcal{R}$  et  $\mathcal{C}$  désignent leurs courbes représentatives. Les deux courbes sont représentées sur le graphique donné ci-dessous.



- Déterminer, par la méthode de votre choix (calcul ou graphique) :
  - les charges de production de 12 000 pneus.
  - Le nombre de pneus à produire pour obtenir un chiffre d'affaires 2 500 000 euros.
- En vendant 4 000 pneus, l'entreprise est-elle bénéficiaire ? Justifier votre réponse.
- Le bénéfice réalisé pour  $x$  milliers de pneus vendus est donné par la fonction  $B$ , définie pour tout nombre  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 30]$ , par :
$$B(x) = -4x^2 + 126x - 574.$$
  - On désigne par  $B'$  la fonction dérivée de la fonction  $B$ . Calculer  $B'(x)$ .
  - Déterminer le signe de la fonction  $B'$  sur l'intervalle  $[0; 30]$ .
  - En déduire le tableau de variation de la fonction  $B$  sur l'intervalle  $[0; 30]$ .
  - Pour quel nombre de pneus produits le bénéfice est-il maximal ? Quel est le montant de ce bénéfice ?

### Exercice 3 ( 6 points )

Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.

#### Partie A

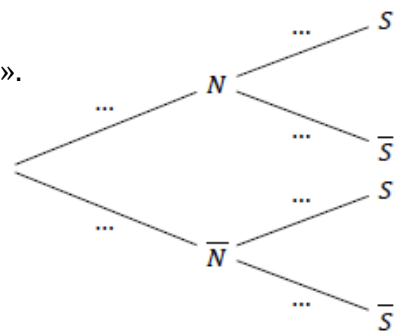
Le parc informatique d'une entreprise est constitué de 2000 ordinateurs. Parmi ceux-ci, 500 sont considérés comme neufs car ils ont moins d'un an. Les autres sont considérés comme anciens. Le service informatique de cette société estime que la probabilité qu'un ordinateur neuf ait un problème de sécurité est égale à 0,05. Pour un ordinateur plus ancien, la probabilité qu'il en ait un est égale à 0,4.

On choisit au hasard un ordinateur du parc informatique.

On considère les événements suivants :

- $N$  : « L'ordinateur est neuf »,
- $S$  : « L'ordinateur a un problème de sécurité ».

1. Justifier que  $P(N) = 0,25$
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.



3. Décrire par une phrase l'événement  $N \cap S$  puis calculer sa probabilité.
4. Montrer que  $P(S) = 0,3125$ .

#### Partie B

On s'intéresse dans cette partie au temps nécessaire pour que le service informatique de l'entreprise intervienne afin de réparer un ordinateur défaillant.

On note  $T$  la variable aléatoire qui à chaque défaillance d'ordinateur associe le temps, en heures, nécessaire avant l'intervention du service informatique. On admet que  $T$  suit une loi normale d'espérance  $\mu = 20$  et d'écart type  $\sigma = 4$ .

*Les réponses seront arrondies au centième.*

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer  $P(12 \leq T \leq 24)$  et interpréter le résultat.
2. Déterminer la probabilité d'attendre plus d'une journée pour une intervention sur un ordinateur défaillant.

#### Partie C

Le directeur du personnel affirme que 85 % des salariés sont satisfaits de la maintenance informatique au sein de l'entreprise.

Afin de vérifier cette déclaration, on interroge au hasard 120 employés. Parmi eux, 94 répondent qu'ils sont satisfaits du service de maintenance informatique.

Que peut-on penser de l'affirmation du directeur du personnel ?

#### Exercice 4 ( 5 points )

Le tableau ci-dessous indique le prix moyen en euros des terres en France métropolitaine (hors Corse) entre 2010 et 2016.

Années	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année : $x_i$	1	2	3	4	5	6	7
Prix d'un hectare en euros : $y_i$	5070	5360	5410	5750	5910	6010	6030

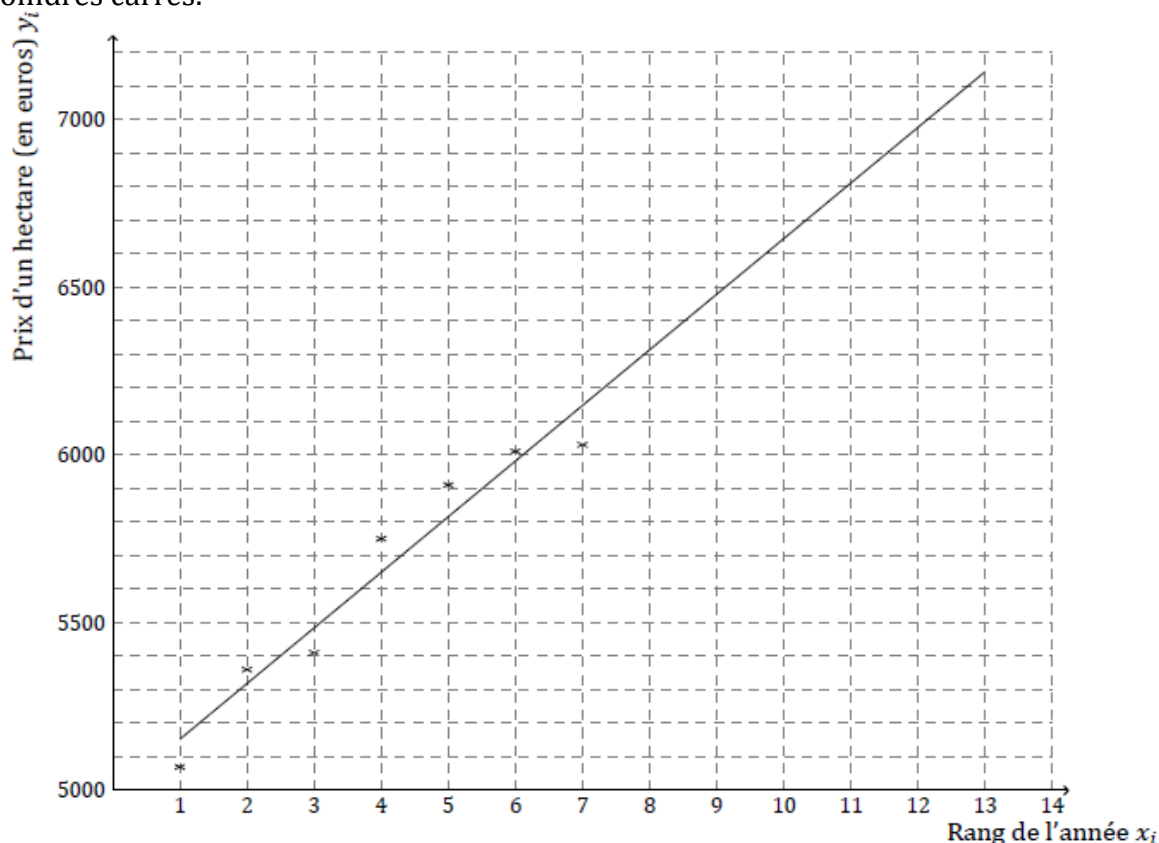
Source : Agreste

On se propose d'estimer, en utilisant deux modèles différents, l'année à partir de laquelle le prix d'un hectare de terre dépassera pour la première fois 7000 €.

**Les parties A et B sont indépendantes.**

**Partie A - Premier modèle.**

Le nuage de points de coordonnées  $(x_i, y_i)$  est représenté sur le graphique ci-dessous. On a également tracé la droite  $D$  d'ajustement affine de ce nuage, obtenue par la méthode des moindres carrés.



- Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite  $D$ . Les coefficients seront arrondis à 0,1 si nécessaire.
- On suppose que cet ajustement restera valide jusqu'en 2022.
  - Estimer le prix d'un hectare de terre en 2021.
  - À partir de quelle année le prix d'un hectare de terre dépassera-t-il 7000 € ?

**Partie B - Second modèle.**

On suppose dans cette partie qu'à partir de l'année 2016, chaque année, le prix d'un hectare de terre augmentera de 3 %.

On note  $u_n$  le prix en euros d'un hectare de terre pour l'année 2016 +  $n$ .

Ainsi  $u_0 = 6030$ .

1. Montrer que  $u_1 = 6210,9$ .
2. Justifier que  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison.
3. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$  et calculer le prix d'un hectare en 2021.
4. On donne l'algorithme suivant :

$U \leftarrow 6030$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U < 7000$
$U \leftarrow U \times 1,03$
$N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que

On admet que la valeur prise par la variable  $N$  en fin d'exécution de l'algorithme est 6.  
Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.