

Session 2017

PE2-17-PG2

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Vendredi 21 avril 2017
Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire**.

Ce sujet contient 10 pages, numérotées de 1 à 10. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Les figures données ne sont pas à l'échelle.

La figure ci-dessous modélise un jardin dont l'aménagement doit être repensé.

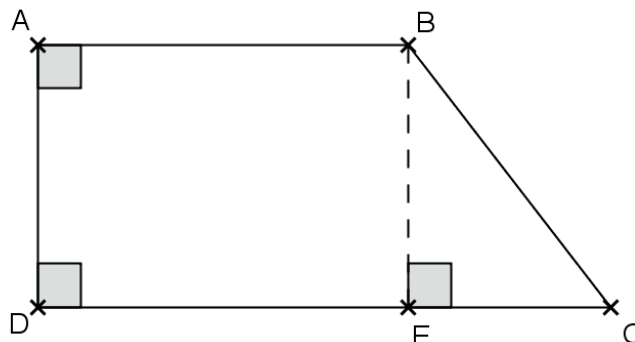
Le trapèze ABCD est tel que :

les droites (AB) et (DC) sont parallèles ;

les droites (AD) et (DC) sont perpendiculaires ;

$AB = 50$ m, $AD = 30$ m et $DC = 70$ m.

E est le point du segment [DC] tel que ABED est un rectangle.

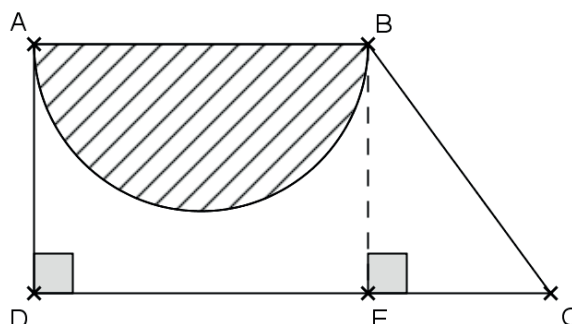


A : Premier projet d'aménagement

1. Dans un premier temps, le propriétaire désire clôturer le jardin.
Calculer la longueur de clôture nécessaire sachant qu'il prévoit l'installation d'un portail de 3,10 m de large. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au mètre.

2. Dans un deuxième temps, il partage son jardin en trois parties :

- Un espace réservé au potager représenté par le triangle rectangle BCE.
- Un espace de plantations florales représenté par le demi-disque hachuré de diamètre [AB].
- Un espace engazonné sur le reste du jardin.



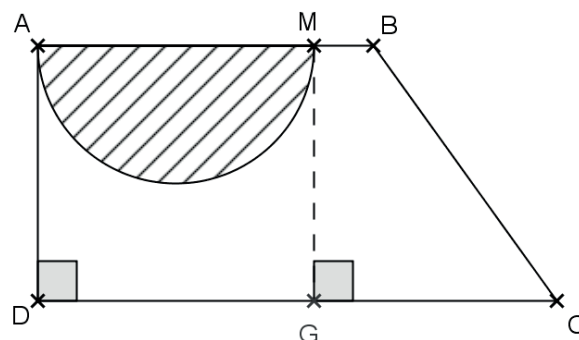
Calculer l'aire arrondie au mètre carré de chacune des trois parties du jardin.

B : Plantations

1. Pour cette question, on considèrera que l'aire de la partie engazonnée est de 520 m^2 .
Le propriétaire contacte un paysagiste qui propose, pour l'ensemencement du gazon, un tarif de 5 euros le m^2 . Il offre une remise sur le prix total et ne facture que 1950 euros.
Quel est le pourcentage de la remise accordée ?
2. Pour débiter son potager, le propriétaire a acheté 75 plants de salade et 50 pieds de tomates. Il se souvient que le prix d'un plant de salade était de 22 centimes et qu'il a payé, en tout, entre 50 et 55 euros.
En déduire un encadrement, le plus précis possible, du prix d'un pied de tomates.

C : Étude d'un agrandissement du potager.

Après réflexion, le propriétaire décide d'agrandir son potager. Sur le plan de son jardin, il place un point M sur le côté [AB] et trace la droite parallèle à (AD) passant par M. Elle coupe le segment [DC] en un point G. Le potager est maintenant représenté par le trapèze MBCG et l'espace de plantations florales par le demi-disque de diamètre [AM]



On pose $AM = x$, où x est exprimée en mètre.

1.
 - a. Donner un encadrement des valeurs de x possibles.
 - b. Démontrer que l'aire du trapèze MBCG est égale à $1800 - 30x$.
2. Le propriétaire utilise un tableur pour effectuer des calculs d'aires des différentes parties du jardin en fonction de la distance AM.

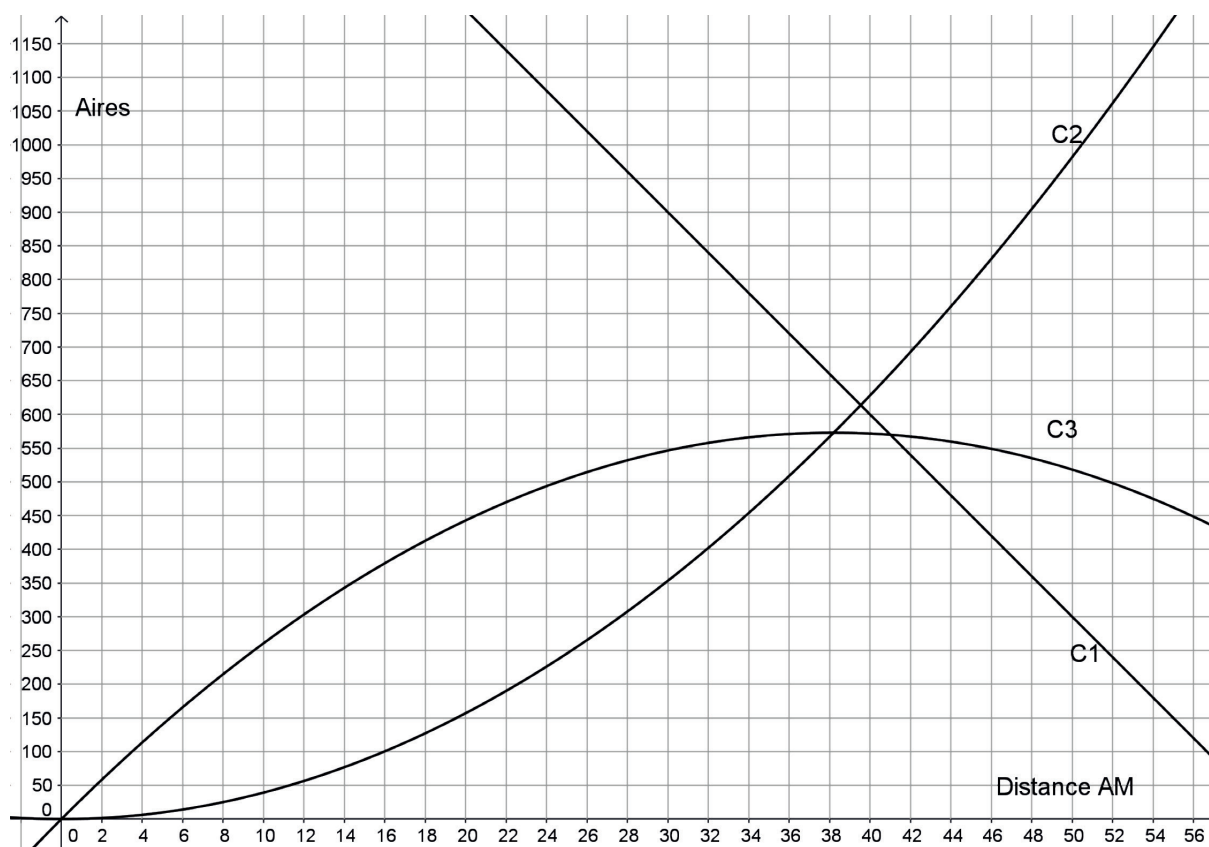
	A	B	C	D	E	F	G
1	distance AM	0	10	20	30	40	50
2	Aire du potager (en m^2)	1800	1500	1200	900	600	300
3	Aire de l'espace de plantations florales (en m^2)	0,00	39,27	157,08	353,43	628,32	981,75
4	Aire de la partie engazonnée (en m^2)	0,00	260,73	442,92	546,57	571,68	518,25
5							

- a. Une formule a été saisie dans la cellule B2 de la feuille de calcul et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules entre C2 et G2. Quelle peut être cette formule ?
- b. Parmi les quatre propositions suivantes, quelle est la formule qui a pu être saisie dans la cellule B3 de la feuille de calcul et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules entre C3 et G3 ?

$= PI() * B1 * B1$	$= PI() * B1 * B1 / 8$	$= PI() * B1 * B1 / 2$	$= PI() * B1 * B1 / 4$
--------------------	------------------------	------------------------	------------------------

Remarque : $PI()$ désigne le nombre π .

3. Le propriétaire utilise un logiciel pour construire les représentations graphiques des trois fonctions donnant l'aire de chacune des parties du jardin en fonction de la distance AM. Il obtient le graphique donné ci-dessous.



- Indiquer, sans justifier, à quelle partie du jardin correspond chacune des courbes C1, C2 et C3.
 - Les courbes C2 et C3 se coupent en un point dont l'abscisse est environ 38. À quoi cela correspond-il pour le jardin ?
 - Par lecture graphique, déterminer une valeur approchée des aires respectives de l'espace de plantations florales et de la partie engazonnée lorsque l'aire du potager vaut 400 m².
4. Par le calcul, déterminer les aires respectives de l'espace de plantations florales et de la partie engazonnée lorsque l'aire du potager vaut 750 m². Arrondir ces aires au mètre carré.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1 :

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse.

Une réponse exacte non justifiée ne rapporte aucun point.

Une réponse fausse n'enlève aucun point.

1. Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs (ils ont moins de 18 ans) et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans.
Affirmation : un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.
2. Affirmation : durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, alors le prix de l'article a baissé de 50 %.
3. On considère une série statistique de moyenne égale à 5. On complète la série en ajoutant 5 comme valeur supplémentaire.
Affirmation : la moyenne de la série ne change pas.
4. Affirmation : pour obtenir le carré d'un nombre entier, il suffit de multiplier le nombre entier qui le précède par le nombre entier qui le suit et d'ajouter 1.

EXERCICE 2 :

Ce tableau présente la hauteur, en millimètre, des précipitations journalières au cours du mois d'avril 2016, sur l'aéroport Roland Garros de l'île de La Réunion.

Hauteur des précipitations (en millimètre)	0	0,3	1,3	1,7	2,5	7	13	21	28	42
Nombre de jours	4	6	4	4	3	3	2	1	2	1

1. Calculer la valeur moyenne des précipitations journalières au cours du mois d'avril 2016, arrondie au dixième de millimètre.
2. Déterminer la valeur médiane de ces précipitations journalières. Interpréter ce résultat par une phrase.
3. Quelle est l'étendue de cette série ?
4. Déterminer le nombre de jours où la hauteur des précipitations est supérieure ou égale à 13 mm, puis exprimer ce nombre en pourcentage par rapport au nombre de jours dans le mois.
5. Sachant qu'une des pistes de décollage de l'aéroport Roland Garros est rectangulaire et mesure 3 200 m de long et 50 m de large, calculer, en mètre cube, puis en litre, le volume de pluie tombé sur cette piste au cours du mois d'avril 2016.

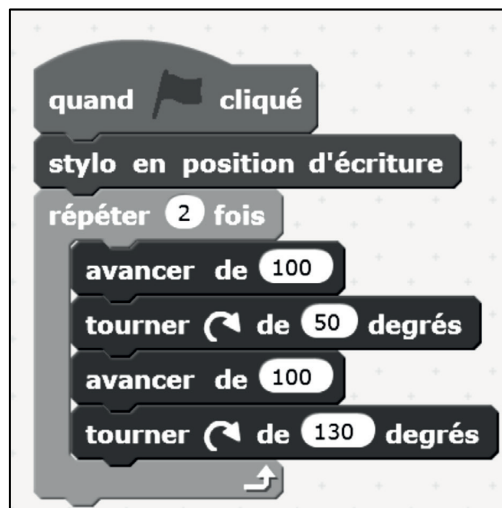
EXERCICE 3 :

Déterminer, sans justifier, quelle figure géométrique est tracée lorsque l'on exécute chacun des programmes suivants.

PROGRAMME A



PROGRAMME B



EXERCICE 4 :

Un batelier descend une rivière de 120 km en un certain nombre de jours n , puis il la remonte. La distance parcourue quotidiennement lors de la remontée est inférieure de 6 km à celle parcourue quotidiennement lors de la descente. Le batelier met au total un jour de plus pour remonter que pour descendre. On considère qu'il descend à vitesse constante et qu'il remonte à vitesse constante.

1. Exprimer en fonction de n , la distance, en kilomètre, parcourue quotidiennement pendant la descente et la distance, en kilomètre, parcourue quotidiennement pendant la remontée.
2. Montrer que $\frac{120}{n+1} = \frac{120}{n} - 6$.
3. Dédire de la question précédente que $n(n+1) = 20$.
4. En déduire la valeur de n et interpréter ce résultat.

TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est composée de trois situations indépendantes.

SITUATION 1 :

Exercice extrait des évaluations nationales à l'entrée au CE2.

Un fermier range 6 œufs dans chaque boîte.

Quand il a fini, il compte ses boîtes et en trouve 13. Combien a-t-il rangé d'œufs ?

Écris tes calculs dans le premier cadre et ta réponse dans le deuxième cadre.

Calculs / Recherches	Réponse

Voici les productions de six élèves :

- Pour chacun des élèves 1, 2 et 3 :
 - Expliciter les procédures utilisées.
 - Donner deux compétences qui semblent acquises pour chacun des élèves.
- Pour chacun des élèves 4, 5 et 6 :
 - Citer une compétence qui semble acquise.
 - Identifier et analyser les erreurs.
- Pour l'élève 5, proposer une aide que pourrait envisager l'enseignant pour l'amener à corriger son erreur.
- Pour les élèves 1 et 6, comment l'enseignant pourrait-il modifier l'énoncé pour les amener à utiliser une multiplication ?

SITUATION 2 :

Les problèmes suivants, issus du manuel EuroMaths CM2 (éditions Hatier, 2009), ont été donnés en fin d'année à des élèves d'une classe de CM2. La calculatrice n'était pas autorisée.

1. Un croissant coûte 1,25 €. Quel est le prix de 10 croissants ?
2. Pour 10 baguettes, Pierre paie 8,50 €. Quel est le prix d'une baguette ?
3. Un paquet de 100 enveloppes illustrées coûte 13 €. Quel est le prix d'une enveloppe ?
4. Eric fait la collection de fourmis en plastique. Il en a plus de 100. Chacune de ses fourmis mesure 0,7 cm. Quelle est la mesure de la ligne formée par 100 fourmis à la queue leu leu ?

1. Citer deux compétences travaillées dans ces exercices

2. Voici les productions de deux élèves en réponse au problème 4.

Théo :

Réponse : Ce Pa mesure 0,700 cm

Explications :

$$100 \times 0,7 \text{ cm} = 0,700$$

Eugénie :

Réponse : la longueur est 70 cm

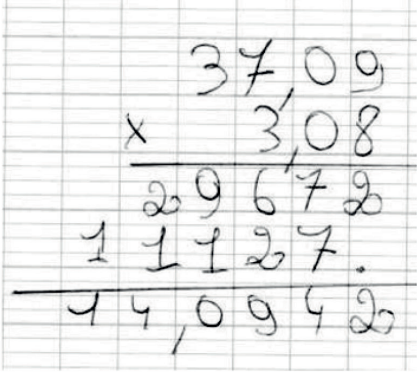
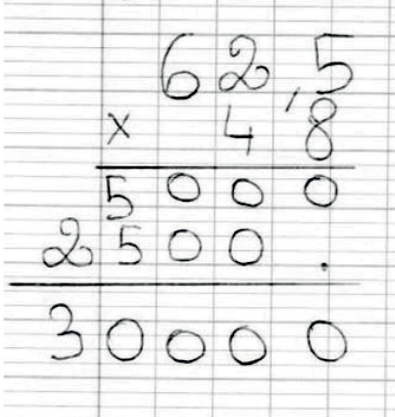
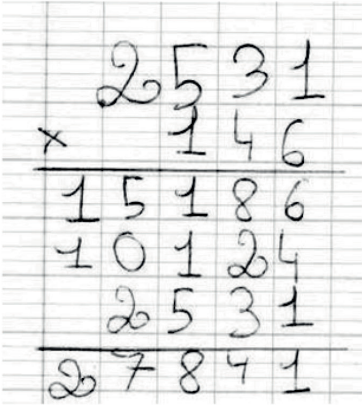
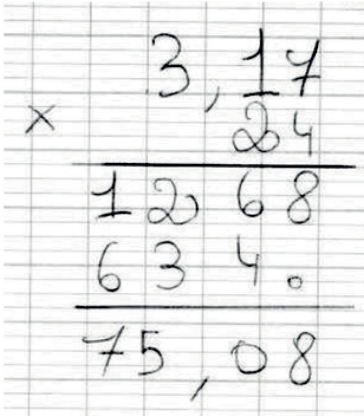
Explications : $0,7 \times 100 = 70$ tous les chiffres vont à deux rangs à la gauche

- a. Analyser l'erreur de Théo en émettant une hypothèse sur son origine.
- b. Formuler précisément la procédure utilisée par Eugénie et en donner une justification mathématique.

SITUATION 3 :

Technique opératoire de la multiplication

Voici 4 opérations posées.

Calcul 1 	Calcul 3 
Calcul 2 	Calcul 4 

1. Dans chacun des cas, décrire les erreurs éventuelles.
2. Que pourrait proposer le professeur aux élèves ayant produit les calculs 1 et 3 pour leur permettre de contrôler leur résultat ?