

Durée : 3 heures

🌀 Baccalauréat ES/L Métropole–La Réunion 13 septembre 2018 🌀

Exercice 1

5 points

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.

Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. On considère l'algorithme ci-contre :  
On affecte 3 à la variable  $N$ .  
Que contient la variable  $S$ , arrondie au dixième, à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

```
v ← 9
S ← 9
Pour i allant de 1 à N
    v ← 0,75 × v
    S ← S + v
Fin Pour
```

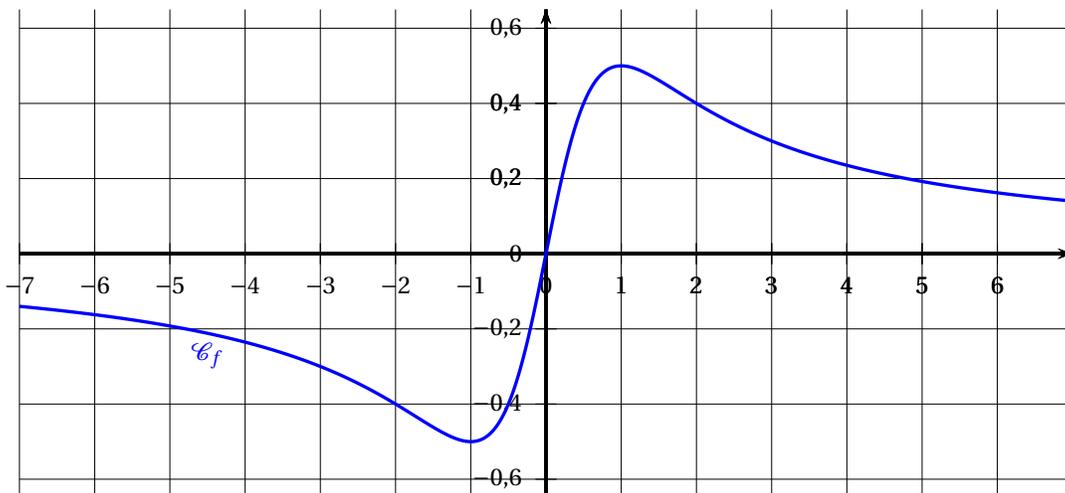
- a. 24,6                      b. -25                      c. 27                      d. 20,8

2. Soit  $a$  un réel, l'expression  $\frac{2e^{a-1}}{(e^a)^2}$  est égale à :

- a. 1                      b.  $2e^{3a-1}$                       c.  $e^{-2}$                       d.  $\frac{2}{e^{a+1}}$

Pour les questions 3, 4 et 5, on considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  dont la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est donnée ci-dessous.

On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  et  $f''$  la fonction dérivée de  $f'$ .



3. Le nombre de solutions dans  $[-7 ; 7]$  de l'équation  $f'(x) = 0$  est :

- a. 0                      b. 1                      c. 2                      d. 3

4. Une valeur approchée de la solution de l'équation  $f(x) = -0,3$  sur l'intervalle  $[-1 ; 6]$  est :
- a.  $-3$                       b.  $-0,3$                       c.  $0,3$                       d.  $3$
5. Le nombre de points d'inflexion dans  $[-7 ; 7]$  de  $\mathcal{C}_f$  est :
- a.  $0$                               b.  $1$                               c.  $2$                               d.  $3$

**Exercice 2****5 points****Commun à tous les candidats**

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis, si besoin, au millième.

**Partie A**

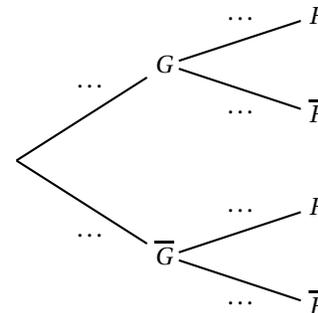
Une étude réalisée dans des écoles en France indique que 12,9 % des élèves sont gauchers. Parmi ces gauchers, on trouve 40 % de filles.

On choisit au hasard un élève et on considère les événements suivants :

- $G$  : « l'élève est gaucher » ;
- $F$  : « l'élève est une fille ».

Pour tout événement  $A$ , on note  $p(A)$  sa probabilité et  $\bar{A}$  son événement contraire. De plus, si  $B$  est un événement de probabilité non nulle, on note  $P_B(A)$  la probabilité de  $A$  sachant  $B$ .

1. Recopier l'arbre pondéré ci-contre et traduire sur cet arbre les données de l'exercice.
2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille gauchère ?
3. Dans ces écoles, il y a 51 % de filles.  
Montrer que  $p(\bar{G} \cap F) = 0,4584$ .
4. Sachant que l'on est en présence d'une élève fille, quelle est la probabilité qu'elle soit droitrière ?

**Partie B**

En France, la proportion de gauchers est de 13 %.

Un club d'escrime compte 230 adhérents dont 110 gauchers.

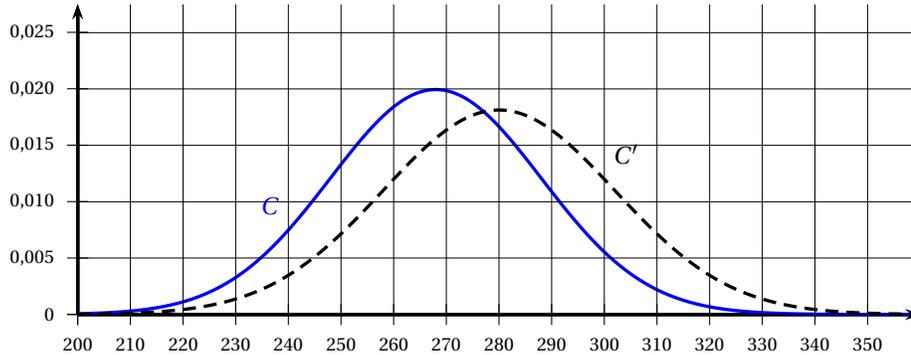
1. Quelle est la fréquence de gauchers observée dans le club d'escrime ?
2. À l'aide d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %, déterminer si le club d'escrime est représentatif de la population française.

**Partie C**

Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs gauchers est modélisé par une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale d'espérance  $\mu_1 = 268$  et d'écart type  $\sigma_1 = 20$ .

Le temps de réaction en milliseconde chez les escrimeurs droitiers est modélisé par une variable aléatoire  $Y$  qui suit la loi normale d'espérance  $\mu_2 = 280$  et d'écart type  $\sigma_2 = 22$ .

1.
  - a. Déterminer  $P(X \leq 300)$  et  $P(Y \leq 300)$ .
  - b. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
2. Sur le graphique ci-dessous, les courbes  $C$  et  $C'$  représentent les fonctions de densité des variables aléatoires  $X$  et  $Y$ .  
Indiquer, pour chaque variable aléatoire  $X$  et  $Y$ , la courbe correspondante. Justifier.

**Exercice 3****5 points****Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L**

Une école de danse a ouvert ses portes en 2016. Cette année là, elle comptait 800 inscrits. Chaque année, elle prévoit une augmentation de 15 % des inscriptions ainsi que 90 désinscriptions. Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'inscrits l'année 2016 +  $n$ .

Chaque inscrit paye une cotisation annuelle de 150 euros, sur laquelle l'école conserve un bénéfice de 20 euros après avoir payé tous ses frais fixes. L'école économise ce bénéfice afin de construire une nouvelle salle de danse. Pour cela, elle a besoin d'un budget de 125 000 euros.

**Partie A**

Les données sont saisies dans une feuille de calcul donnée en annexe.

Le format de cellule a été choisi pour que les nombres de la colonne C soient arrondis à l'unité.

1. Quelle formule peut-on saisir en C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le nombre d'inscrits l'année de rang  $n$ ?
2. Quelle formule peut-on saisir en E3 pour obtenir, par recopie vers le bas, le bénéfice cumulé à l'année de rang  $n$ ?
3. Compléter sur l'annexe, à rendre avec la copie, les six cellules des lignes qui correspondent aux années 2021 et 2022.
4. En quelle année l'école pourra-t-elle construire sa nouvelle salle de danse?

**Partie B**

1. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 1,15u_n - 90$  et préciser  $u_0$ .
2. On considère la suite  $(v_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = u_n - 600$ .
  - a. Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique.  
Préciser sa raison et son premier terme  $v_0$ .
  - b. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .

- c. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 200 \times 1,15^n + 600$ .
3. À partir de quelle année, cette école accueillera-t-elle plus de 2 000 adhérents?

**Exercice 3****5 points****Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité**

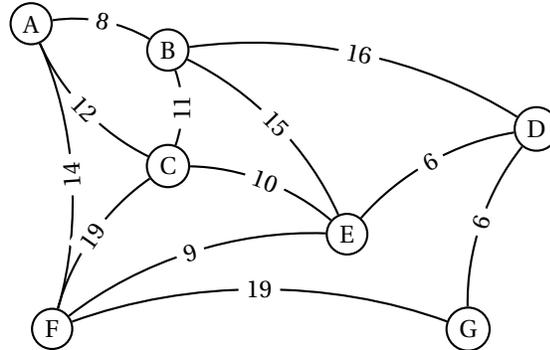
Les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A**

Un investisseur immobilier doit visiter plusieurs biens à vendre dans une ville.

Le graphe ci-contre représente le plan de la ville. Les biens à visiter sont identifiés par les lettres A, B, C, D, E, F et G.

Les poids des arêtes sont les durées de parcours, en minute, entre deux biens.



- Afin de découvrir la ville, l'investisseur souhaite emprunter, une fois et une seule, chacune des rues reliant les biens. Quelles caractéristiques du graphe permettent d'affirmer qu'il existe un tel trajet?
  - Donner un exemple d'un tel trajet et préciser sa durée en minute.
- Lorsque l'investisseur immobilier termine ses visites par le bien A, il souhaite revenir au bien G le plus rapidement possible. Déterminer ce plus court chemin à l'aide d'un algorithme. Quelle est sa durée en minute?

**Partie B**

L'investisseur commande une étude sur la population de sa ville qui lui révèle qu'en 2018, 80 % des locataires occupent un studio et 20 % des locataires occupent un T2 (appartement de deux pièces). Le nombre total de locataires ne varie pas mais chaque année :

- la moitié des locataires en studio le conserve tandis que l'autre moitié change pour un T2;
- un quart des locataires en T2 change pour un studio tandis que les autres conservent leur T2.

On considère les événements suivants :

- $S$  : « le locataire occupe un studio »;
- $T$  : « le locataire occupe un T2 ».

- Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets  $S$  et  $T$ .
- Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $s_n$  la proportion de locataires en studio et  $t_n$  la proportion de locataires en T2 l'année 2018 +  $n$ .
  - Donner la matrice de transition associée à ce graphe.
  - Donner l'état initial du graphe.
  - Quel sera le pourcentage, arrondi à 0,1 %, de locataires en studio en 2023?

**Exercice 4****5 points****Commun à tous les candidats**

Une entreprise vend des voitures télécommandées. La vente mensuelle varie entre 1 000 et 5 000 voitures.

Une étude montre que la recette mensuelle totale de l'entreprise est de 70 000 euros lorsqu'elle vend 1 000 voitures.

On note  $r(x)$  la recette mensuelle réalisée par l'entreprise, exprimée en dizaine de milliers d'euros, pour la vente de  $x$  milliers de voitures.

1. Donner  $r(1)$ .
2. On admet que, pour tout  $x \in [1 ; 5]$ , la recette mensuelle est modélisée par :

$$r(x) = 6 + x + 2\ln(x).$$

- a. Montrer que, pour tout  $x \in [1 ; 5]$ ,

$$r'(x) = \frac{x+2}{x}$$

- b. Étudier les variations de  $r$  sur l'intervalle  $[1 ; 5]$ .
3.
  - a. Justifier que l'équation  $r(x) = 10$  admet une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[1 ; 5]$ , puis donner une valeur approchée de  $\alpha$  au millième.
  - b. Déterminer le nombre minimal de voitures télécommandées vendues à partir duquel l'entreprise réalise une recette supérieure à 100 000 euros.
4.
  - a. Soit  $g$  la fonction définie pour tout  $x \in [1 ; 5]$  par  $g(x) = 2\ln(x)$ .  
Montrer que la fonction  $G$  définie pour tout  $x \in [1 ; 5]$  par

$$G(x) = 2x[\ln(x) - 1]$$

est une primitive de la fonction  $g$ .

- b. En déduire une primitive  $\mathbb{R}$  de la fonction  $r$  sur l'intervalle  $[1 ; 5]$ .
- c. Donner une valeur approchée à la dizaine d'euros de la valeur moyenne de la recette totale lorsque l'entreprise vend entre 2 000 et 4 000 voitures télécommandées.

**ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE****Exercice 3**

	A	B	C	D	E
1	année	rang de l'année	nombre d'inscrits	bénéfice annuel	bénéfices cumulés
2	2016	0	800	16 000	16 000
3	2017	1	830	16 600	32 600
4	2018	2	865	17 300	49 900
5	2019	3	904	18 080	67 980
6	2020	4	950	19 000	86 980
7	2021	5			
8	2022	6			