B A C C A L A U R É A T   T E C H N O L O G I Q U E

SESSION 2020

MATHÉMATIQUES

Série : **SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LA SANTÉ ET DU SOCIAL ST2S**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **2 heures** – COEFFICIENT : **3**

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'annexe page 5/5 est à rendre avec la copie

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège » est autorisé.

Le candidat doit traiter tous les exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (*6 points*)

Ces dernières années, la rougeole a fait son retour suite à la diminution du nombre de personnes vaccinées.
Dans une région française, une étude statistique a montré que :

- 79 % de cette population est vaccinée contre la rougeole ;
- parmi les personnes vaccinées contre la rougeole, 0,1 % d'entre elles a contracté cette maladie ;
- parmi les personnes non vaccinées contre la rougeole, 10 % d'entre elles ont contracté cette maladie.

On choisit au hasard une personne concernée par cette enquête. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.
Pour tout événement *A*, on note $\overline{A}$ l'événement contraire de *A*.
Pour tout événement *A*, si *B* est un événement de probabilité non nulle, la probabilité de *A* sachant *B* est notée $P_B(A)$.

On considère les événements suivants :

- *R* : « la personne choisie est atteinte de la rougeole » ;
- *V* : « la personne choisie est vaccinée contre la rougeole ».

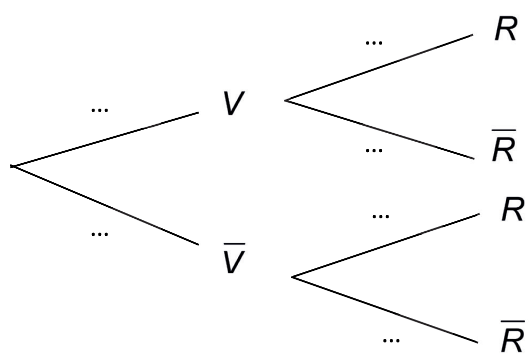
Les résultats des calculs de probabilités seront arrondis à 10^{-4}.

1. En utilisant les données fournies par l'énoncé, donner :

a. la probabilité de l'événement *V*, notée $P(V)$.

b. les probabilités $P_V(R)$ et $P_{\overline{V}}(R)$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré de probabilités ci-dessous qui traduit la situation :



3. a. Décrire par une phrase l'événement $\overline{V} \cap R$.

b. Calculer la probabilité de cet événement.

4. Démontrer que la probabilité de l'événement *R* est égale à 0,0218.

5. La personne choisie est atteinte de la rougeole. Calculer la probabilité qu'elle ne soit pas vaccinée.

6. La région française dans laquelle l'étude a été menée compte 2 millions d'habitants. Un journal régional affirme dans l'un de ses articles : « Recrudescence des cas de rougeole : plus de 40 000 malades dans notre région ». Cette affirmation est-elle correcte ?

EXERCICE 2 (*6 points*)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : évolution du nombre de trottinettes électriques vendues en France

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;10]$, par $f(x) = 100\,000 \times 2{,}29^x$.

On admet que la fonction f a le même sens de variation sur l'intervalle $[0\,;10]$ que la fonction *g* définie par $g(x) = 2{,}29^x$.

1. Quel est le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;10]$? Justifier la réponse.

2. Pour tout entier naturel n inférieur ou égal à 10, on admet que le nombre de trottinettes électriques vendues en France au cours de l'année $2014 + n$ est la valeur de $f(n)$ arrondie à l'unité.

a. Déterminer le nombre de trottinettes électriques vendues au cours de l'année 2015.

b. Déterminer à l'aide de la résolution d'une inéquation, l'année au cours de laquelle le nombre de trottinettes électriques vendues en France dépassera un million.

Partie B : évolution du prix des trottinettes électriques en fonction du temps

On s'intéresse maintenant au prix moyen des trottinettes électriques sur ces dernières années. Les prix sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Prix moyen en euro : y_i	870	767	618	477	399

En annexe, à rendre avec la copie, on a représenté, dans un repère orthogonal, le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ associé à la série statistique de l'énoncé.

1. a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.

b. Placer le point G dans le repère précédent.

2. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = -123{,}2x + 995{,}8$. On admet que cet ajustement reste valable jusqu'en 2022.

a. Démontrer que le point G appartient à la droite D.

b. Tracer la droite *D* dans le repère **en annexe**. Indiquer les coordonnées des points utilisés.

3. En utilisant cet ajustement, calculer le prix moyen d'une trottinette électrique en 2020.

4. Déterminer, selon le modèle proposé, l'année au cours de laquelle le prix moyen d'une trottinette électrique sera inférieur à 130 €. Préciser la méthode utilisée.

EXERCICE 3 (*8 points*)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : premier modèle

En 1985, la population de la France métropolitaine était de 55 284 000 habitants. Des études statistiques permettent de supposer que cette population a continué d'augmenter tous les ans de 0,51 % jusqu'en 2020.

1. Calculer le nombre d'habitants en France métropolitaine en 1986.

2. On modélise le nombre d'habitants de cette population par une suite (u_n) de 1er terme $u_0 = 55\,284\,000$. Ainsi u_0 représente la population de la France métropolitaine en 1985 et u_n représente la population de la France métropolitaine en $1985 + n$, où n est un entier naturel.

a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

b. Exprimer u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

c. À l'aide de ce modèle, estimer, au millier près, le nombre d'habitants de la France métropolitaine en 2020.

Partie B : deuxième modèle

On décide, dans cette partie, de modéliser la population de la France métropolitaine de 1985 à 2025 par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;40]$ par :

$$f(x) = -0{,}0003x^3 + 0{,}0117x^2 + 0{,}1728x + 55{,}2$$

où x est le nombre d'années à partir de 1985 et $f(x)$ la population de la France métropolitaine exprimée en million d'habitants.

1. Soit f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;40]$. Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $[0\,;40]$.

2. Démontrer que, pour tout x de l'intervalle $[0\,;40]$, $f'(x) = 0{,}0009(32 - x)(x + 6)$.

3. a. Recopier et compléter le tableau de signes suivant :

x	0 40
$32 - x$	
$x + 6$	
$f'(x)$	

b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;40]$. Préciser $f(0)$, $f(40)$ ainsi que la valeur de l'extremum.

4. Quel est le maximum de la population de la France métropolitaine et en quelle année est-il atteint ?

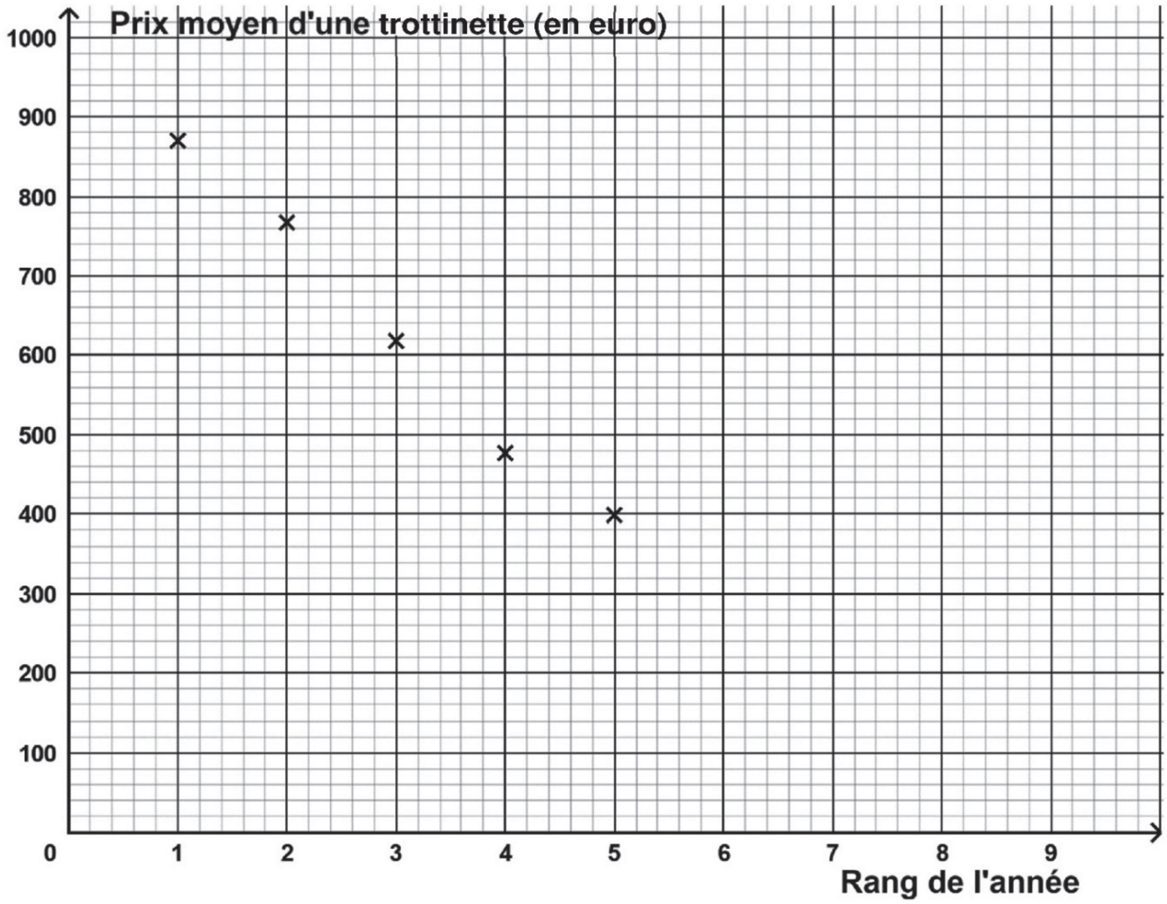
Partie C

En 2019, la population de la France métropolitaine était d'environ 65 millions. Lequel des deux modèles précédents semble le plus adapté ?

ANNEXE

À rendre avec la copie

EXERCICE 2



Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

Prénom(s) :

Numéro Inscription :

Né(e) le : / /

(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)