

## BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

### ÉPREUVE E 4

#### MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIES INFORMATIQUE ET MULTIMEDIA

Série STAV

*Durée : 2 heures*

---

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

---

Le sujet comporte 5 pages

*L'annexe A est à rendre avec la copie*

---

### SUJET

**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse, qu'il aura développée.**

#### EXERCICE 1 : (5 points)

Une enquête est réalisée auprès de touristes étrangers ayant séjourné dans une région française sur leur consommation de produits du terroir. Les résultats sont les suivants :

- 89 % des touristes ont consommé des produits du terroir pendant leur séjour en France et, parmi ceux-ci, 90 % en ont acheté pour ramener dans leur pays ;
- 25 % des touristes qui n'en n'ont pas consommé pendant leur séjour, en ont malgré tout acheté pour ramener dans leur pays.

On interroge au hasard un de ces touristes.

On désigne par :

$C$  l'événement : « Le touriste a consommé des produits du terroir pendant son séjour en France » ;

$R$  l'événement : « Le touriste a acheté des produits du terroir pour ramener dans son pays ».

1. À partir de l'énoncé, donner  $p(C)$ ,  $p_C(R)$  et  $p_{\bar{C}}(R)$ .

2. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en précisant les valeurs des probabilités sur chaque branche.

3. a Calculer  $p(C \cap R)$  et  $p(\bar{C} \cap R)$ .

b En déduire la probabilité que le touriste ramène des produits du terroir dans son pays.

4. Les événements  $R$  et  $C$  sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

## EXERCICE 2 : (4 points)

Compléter le QCM donné en **annexe A (à rendre avec la copie)**.

Pour chaque question, une et une seule des trois réponses proposées est exacte.

Cocher la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

*Une réponse exacte rapporte 1 point.*

*Une réponse inexacte enlève 0,5 point.*

*L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point.*

*Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est 0.*

## EXERCICE 3 : (11 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (1-x)e^x$ . On note  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. a Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .

b On admet que :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ . Interpréter graphiquement ce résultat.

2. a Déterminer l'expression de  $f'(x)$  pour tout réel  $x$ .

b Démontrer que  $f'(x)$  est du signe de  $-x$  pour tout réel  $x$ .

c En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .

En déduire les coordonnées du point d'intersection de  $C$  avec l'axe des abscisses.

4. a Compléter le tableau de valeurs donné en **annexe A**.

*Les résultats seront arrondis au dixième près.*

b Tracer la courbe  $C$  dans un repère orthonormal d'unité graphique 4 cm.

5. a Tracer la droite  $\Delta$  d'équation  $y = -x + 1$  dans le même repère que la courbe  $C$ .

b Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , par la méthode de votre choix, l'équation :  $f(x) = -x + 1$ .

6. Soit la fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = (2-x)e^x$ .

a Démontrer que la fonction  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

b Calculer la valeur exacte de  $\int_0^1 f(x) dx$ .

c En déduire l'aire  $A$ , exprimée en  $\text{cm}^2$  au  $\text{mm}^2$  près, du domaine délimité par la courbe  $C$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 1$ .

**BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE  
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES**

**Identités remarquables :**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 ;$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) ;$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 ;$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 .$$

**Suites :**

*Suites arithmétiques* de raison  $a$  :

Terme initial  $u_0$  ;  $u_{n+1} = u_n + a$  ;  $u_n = u_0 + na$  ;

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2} .$$

*Suites géométriques* de raison  $b$  :

Terme initial  $u_0$  ;  $u_{n+1} = bu_n$  ;  $u_n = u_0 b^n$  ;

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \frac{1-b^{n+1}}{1-b} \quad (b \neq 1) .$$

**ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ :**

$a, b, c$ , nombres réels tels que  $a \neq 0$ .  $\Delta = b^2 - 4ac$

L'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  admet :

1°) si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} ; x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} .$$

On a alors :  $ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')$

avec  $x'+x'' = -\frac{b}{a}$  et  $x'x'' = \frac{c}{a}$ .

2°) si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :  $x' = x'' = -\frac{b}{2a}$

et  $ax^2 + bx + c = a(x-x')^2$ .

3°) si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle.

**II. TRIGONOMETRIE : Valeurs remarquables (angles en radians) :**

|               |   |                 |                      |                      |                 |       |
|---------------|---|-----------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------|
| $\alpha$      | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
| $\sin \alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$   | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1               | 0     |

|               |   |                      |                      |                 |                 |       |
|---------------|---|----------------------|----------------------|-----------------|-----------------|-------|
| $\alpha$      | 0 | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
| $\cos \alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$   | 0               | -1    |

**III. STATISTIQUES : Moyenne, variance, écart-type.**

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes ou en tableau d'effectifs:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

**IV. PROBABILITÉS.**

**Dénombrements:**

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots 3 \times 2 \times 1$$

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1)\dots(n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p} .$$

**Calcul de probabilités :**

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) ; \quad p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Espérance d'une variable aléatoire:  $E(X) = \sum_{i=1}^n p_i x_i$

Loi binomiale :  $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Espérance de  $X$ , variable aléatoire de loi binomiale:  $E(X) = np$

## V. ANALYSE.

### Fonction logarithme népérien :

$\ln$  est, sur  $]0; +\infty[$ , la primitive de  $\left(x \mapsto \frac{1}{x}\right)$  qui s'annule pour

$$x = 1.$$

$$\ln(1) = 0 ; \ln(e) = 1$$

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty ; \lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

### Fonction exponentielle :

$x$  réel,  $y$  réel strictement positif :

$$y = \exp(x) = e^x \text{ équivaut à } x = \ln y$$

$$e^0 = 1$$

$$e^{a+b} = e^a e^b$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

### Dérivées et primitives usuelles et opérations sur les dérivées :

| Intervalle de validité             | $f(x)$                    | $f'(x)$               |
|------------------------------------|---------------------------|-----------------------|
| $\mathbb{R}$                       | $k$                       | $0$                   |
| $\mathbb{R}$                       | $x$                       | $1$                   |
| $\mathbb{R}$                       | $x^n, n \in \mathbb{N}^*$ | $nx^{n-1}$            |
| $] -\infty; 0[$ ou $] 0; +\infty[$ | $\frac{1}{x}$             | $-\frac{1}{x^2}$      |
| $] -\infty; 0[$ ou $] 0; +\infty[$ | $x^n, n \in \mathbb{Z}^*$ | $nx^{n-1}$            |
| $] 0; +\infty[$                    | $\sqrt{x}$                | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
| $] 0; +\infty[$                    | $\ln x$                   | $\frac{1}{x}$         |
| sur tout intervalle où $ax+b > 0$  | $\ln(ax+b)$               | $\frac{a}{ax+b}$      |
| $\mathbb{R}$                       | $e^x$                     | $e^x$                 |
| $\mathbb{R}$                       | $e^{ax+b}$                | $a e^{ax+b}$          |
| $\mathbb{R}$                       | $\cos x$                  | $-\sin x$             |
| $\mathbb{R}$                       | $\sin x$                  | $\cos x$              |

### Règles de calcul

$$(u+v)' = u'+v'$$

si  $k$  constante réelle:

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

### Calcul intégral :

Définition :

Si  $F$  est une primitive de  $f$ ,  $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$ .

Somme :

$$\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt.$$

Produit par une constante :

$$\int_a^b kf(t)dt = k \int_a^b f(t)dt.$$

Positivité :

$$\text{Si } a \leq b \text{ et } f \geq 0, \int_a^b f(t)dt \geq 0$$

**M. EX.**

**Nom :**  
(EN MAJUSCULES)  
**Prénom(s) :**

**EXAMEN :**  
Spécialité ou Option :  
**ÉPREUVE :**

**Date de naissance :** 19 Centre d'épreuve :  
Date :

N° ne rien inscrire



**ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)**

N° ne rien inscrire

**EXERCICE 2 : QCM**

Une urne contient 30 boules rouges et 20 boules vertes indiscernables au toucher. On prélève successivement et avec remise 4 boules de cette urne. On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes obtenues après les quatre tirages.

1.  $X$  suit une loi binomiale de paramètres :

$n = 4$  et  $p = \frac{2}{5}$

$n = 4$  et  $p = \frac{3}{5}$

$n = 50$  et  $p = \frac{2}{5}$

2. La probabilité  $P(X = 2)$  est égale à :

$\left(\frac{2}{5}\right)^2$

$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{5}\right)^2$

$6 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2$

3. La probabilité  $P(X \leq 1)$  est égale à :

0,1296

0,3456

0,4752

4. L'espérance de la variable aléatoire  $X$  est :

1,6

4,4

80

**EXERCICE 3 :**

|        |    |      |    |      |   |     |   |      |
|--------|----|------|----|------|---|-----|---|------|
| $x$    | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0 | 0,5 | 1 | 1,25 |
| $f(x)$ |    |      |    |      |   |     |   |      |

M. E X.

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

NOM :  
(EN MAJUSCULES)

**EXAMEN**

Spécialité ou Option :

Prénoms :

**ÉPREUVE :**

Date de naissance : 19

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire



N° ne rien inscrire

A RENDRE AVEC LA COPIE

