SESSION 2014
Métropole - Antilles - Guyane - Réunion

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

ÉPREUVE E 4

MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIES INFORMATIQUE ET MULTIMEDIA

Série STAV

Durée : 2 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **CALCULATRICE**

Le sujet comporte 6 pages

L'annexe A est à rendre avec la copie

SUJET

EXERCICE 1 (6 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

On souhaite implanter un parc éolien dans une région et pour cela on réalise un sondage sur la population proche.
Les résultats obtenus sont les suivants :

- 60 % de la population interrogée est contre l'implantation de ce parc éolien dans leur région et parmi eux 25 % se définissent écologistes.
- Parmi la population interrogée favorable à l'implantation de ce parc, 10 % se définissent écologistes.

On interroge au hasard une personne issue de cette population.

On note F l'évènement « la personne interrogée est favorable à l'implantation de ce parc éolien ».

On note E l'évènement « la personne interrogée se définit écologiste ».

1. Décrire cette situation avec un arbre de probabilités, en précisant sur chaque branche la valeur des probabilités.

2. Calculer la probabilité que la personne interrogée se définisse écologiste et soit contre l'implantation du parc éolien dans sa région.

3. Montrer que $p(E)$ = 0,19.

4. Calculer $p_E(\overline{F})$ (on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près) et donner la signification du résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

PARTIE B

On s'intéresse à la rentabilité énergétique d'un parc d'éoliennes dans une région.
Les relevés météorologiques sur une année montrent que la probabilité d'avoir des conditions optimales de fonctionnement de ce parc est de 0,45.
On admettra que les conditions météorologiques sont indépendantes d'une année sur l'autre.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'années pour lesquelles ces conditions optimales de fonctionnement sont réunies sur une période de 10 ans.
Tous les résultats numériques seront arrondis à 10^{-3} *près.*

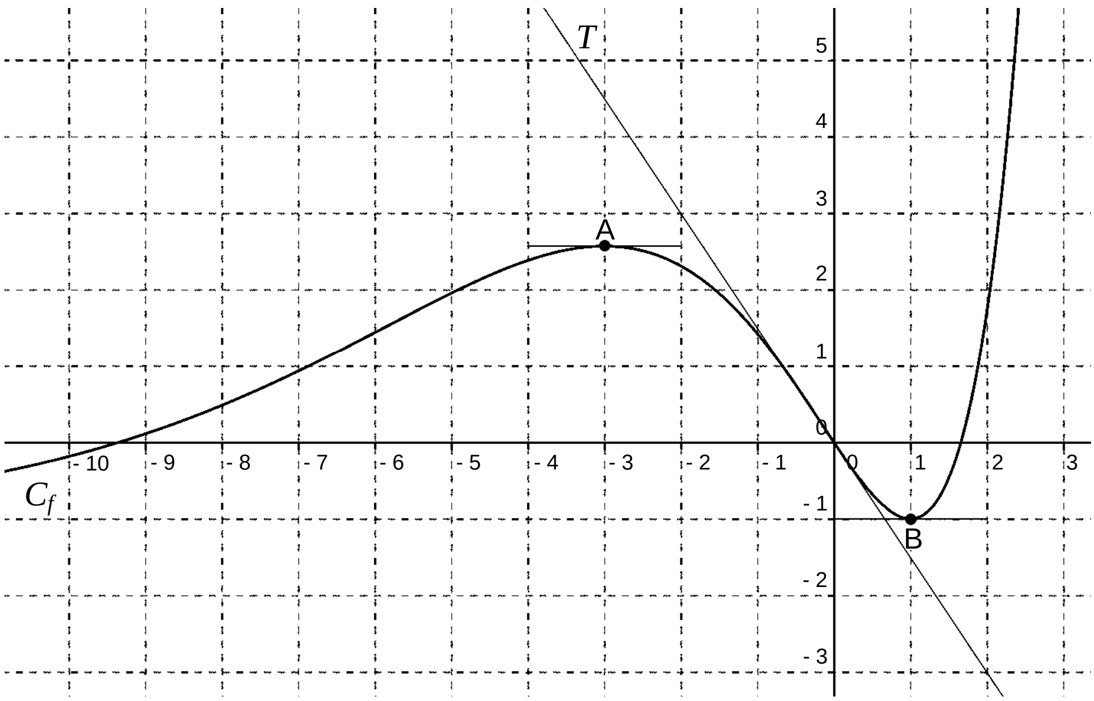
1. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}45$.

2. Calculer la probabilité pour que les conditions optimales de fonctionnement de ce parc ne soient jamais atteintes durant cette période.

3. Calculer la probabilité pour que les conditions optimales de fonctionnement de ce parc soient atteintes au moins deux années durant cette période.

EXERCICE 2 (5 points)

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'ensemble des réels.
Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on note C_f sa courbe représentative et T la tangente à C_f au point d'abscisse 0.
La courbe C_f n'admet que deux tangentes horizontales, l'une en A et l'autre en B, et la droite d'équation $y = -1$ est une asymptote horizontale à C_f en $-\infty$.



À l'aide de cette représentation graphique et des données de l'énoncé, répondre aux questions suivantes en expliquant votre démarche.

1. Déterminer $f(0)$.

2. Déterminer $f'(0)$.

3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

4. Déterminer la limite de f en $-\infty$.

5. On note $I = \int_{-4}^{-1} f(x)\,dx$. Montrer que $5 \leq I \leq 9$.

EXERCICE 3 (9 points)

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0;3]$ par

$$g(x)=\frac{1}{2}x^2+x-2\ln(x).$$

On note C_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer la limite de g en 0 et interpréter graphiquement ce résultat.

2.

a. Déterminer l'expression de la fonction dérivée de g.

b. Démontrer que pour tout x de l'intervalle $]0;3]$, $g'(x)$ est du signe de x^2+x-2.

c. Résoudre l'équation $x^2+x-2=0$ dans $]0;3]$.

d. Dresser le tableau de variation de la fonction g sur $]0;3]$.

3.

a. Compléter le tableau de valeurs présenté en ***ANNEXE A*** **(à rendre avec la copie)** en arrondissant les résultats à 10^{-1} près.

b. Tracer sur le papier millimétré joint (à rendre avec la copie), la courbe représentative C_g de la fonction g dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

4.

a. Vérifier que la fonction G définie par $G(x)=\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{2}+2x-2x\ln(x)$ est une primitive de la fonction g sur $]0;3]$.

b. Calculer la valeur exacte de $\int_1^2 g(x)\,dx$. Donner une valeur approchée de cette intégrale à 10^{-1} près.

c. Interpréter géométriquement cette intégrale.

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. ALGÈBRE.

Identités remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

Suites :

Suites arithmétiques de raison a :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}.$$

Suites géométriques de raison b :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \frac{1-b^{n+1}}{1-b} \quad (b \neq 1).$$

ÉQUATION DU SECOND DEGRE :

a, b, c, nombres réels tels que $a \neq 0$. $\Delta = b^2 - 4ac$

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

1°) si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \ ; \ x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}.$$

On a alors : $ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')$

avec $x' + x'' = -\dfrac{b}{a}$ et $x'x'' = \dfrac{c}{a}$.

2°) si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x' = x'' = -\dfrac{b}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x-x')^2$.

3°) si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

II. TRIGONOMÉTRIE : *Valeurs remarquables (angles en radians)* :

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

III. STATISTIQUES : *Moyenne, variance, écart-type.*

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes ou en tableau d'effectifs:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

IV. PROBABILITÉS.

Dénombrements :

$$n! = n(n-1)(n-2)....3\times 2\times 1$$

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1).....(n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}.$$

Calcul de probabilités :

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$; $p_B(A) = \dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}$

Espérance d'une variable aléatoire: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Loi binomiale : $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Espérance de X, variable aléatoire de loi binomiale: $E(X) = np$

V. ANALYSE

Fonction logarithme népérien :

$\ln$ est, sur $]0;+\infty[$, la primitive de $\left(x \mapsto \dfrac{1}{x}\right)$ qui s'annule pour $x = 1$.

$\ln(1) = 0$; $\ln(e) = 1$

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

Fonction exponentielle :

x réel, y réel strictement positif :

$y = \exp(x) = e^x$ équivaut à $x = \ln y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

Dérivées et primitives usuelles et opérations sur les dérivées :

Intervalle de validité	$f(x)$	$f'(x)$
$\mathbb{R}$	k	0
$\mathbb{R}$	x	1
$\mathbb{R}$	x^n, $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	x^n, $n \in \mathbb{Z}^*$	nx^{n-1}
$]0;+\infty[$	$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$]0;+\infty[$	$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
sur tout intervalle où $ax+b>0$	$\ln(ax+b)$	$\dfrac{a}{ax+b}$
$\mathbb{R}$	e^x	e^x
$\mathbb{R}$	e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\mathbb{R}$	$\cos x$	$-\sin x$
$\mathbb{R}$	$\sin x$	$\cos x$

Règles de calcul

$(u+v)' = u' + v'$

si k constante réelle:
$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

Calcul intégral :

Définition :

Si F est une primitive de f, $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$.

Somme :

$\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$.

Produit par une constante :

$\int_a^b kf(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$.

Positivité :

Si $a \le b$ et $f \ge 0$, $\int_a^b f(t)dt \ge 0$

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénom(s) :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

"

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 3 Tableau de valeurs

Les résultats numériques seront arrondis à 10^{-1} *près.*

x	0,25	0,5	0,75	1	2	2,5	3
$g(x)$							

M. E X.

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

NOM :
(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Date de naissance : **19**

EXAMEN

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire