SESSION 2015
Métropole - Réunion

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE
E4 MATHÉMATIQUES ET TIM

Série : STAV

Durée : 2 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 6 pages

Les annexes A et B sont à rendre avec la copie

SUJET

EXERCICE 1 (5 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

Les résultats numériques seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2} près.

Un fabricant de terreau répartit sa production en sacs de 50 litres. Afin de vérifier sa mise en sac, il mesure le volume de terreau de 20 sacs. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

50,5	50,1	49	50,9	47,9
49,8	50	48,9	51,1	49,7
50,2	52,2	49,7	49,4	52
49,4	50,1	48,9	50,8	50,7

1. Donner la moyenne et l'écart-type de cet échantillon.

2. Le fabricant est satisfait de la moyenne relevée : elle paraît conforme aux 50 litres attendus. Par contre, il s'inquiète que certains sacs contiennent plus de 52 litres de terreau.

Soit X la variable aléatoire, qui à tout sac prélevé au hasard dans la production associe son volume de terreau, exprimé en litres. On admet que X est distribué selon la loi normale de moyenne $\mu = 50$ et d'écart-type $\sigma = 1$.

a. Déterminer $P(48 \leq X \leq 52)$ et donner une signification du résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

b. Quelle est la probabilité qu'un sac pris au hasard dans la production contienne plus de 52 litres de terreau ?

PARTIE B

Une usine conditionne des sacs de 50 litres de terreau. On considère que 2,3 % des sacs qu'elle fournit contiennent moins de 48 litres de terreau. Elle livre sa production par lots de 200 sacs.

On suppose que la production est suffisamment importante pour que le choix des 200 sacs puisse être assimilé à un prélèvement avec remise.

On rappelle que *:*

Pour une proportion p *connue dans une population, l'intervalle de fluctuation asymptotique au niveau de confiance de 0,95 d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille* n *est :*

$$\left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au niveau de confiance de 0,95 de la fréquence de sacs contenant moins de 48 litres de terreau pour un échantillon de taille 200.

Les bornes de l'intervalle seront arrondies à 10^{-3} près.

2. Un responsable d'une pépinière constate que, parmi les 200 sacs livrés par cette usine, 4,5% de ces sacs contiennent moins de 48 litres de terreau.

Est-il en droit de porter réclamation ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 (7 points)

Un laboratoire d'analyses sanitaires s'intéresse à l'évolution d'une substance polluante présente dans un réservoir contenant 60 000 litres d'eau et destiné à abreuver du bétail. Le technicien en charge des analyses maintient ce volume d'eau tout au long de l'expérimentation.

On admet que le volume, exprimé en litres, de substance polluante présente dans le réservoir est modélisé par une fonction f définie par $f(t) = 1800(1 - e^{-0{,}03t})$ où t est le temps exprimé en minutes.

On désigne par C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal, donnée en **ANNEXE A**.

1. **a**. Déterminer la limite de f en + ∞

b. Calculer $f'(t)$ pour tout réel t de [0 ; + ∞[.

c. En déduire le tableau de variation de f sur [0 ; + ∞[.

2. En utilisant les résultats de la **question 1,** pensez-vous que le volume de substance polluante dans le réservoir peut dépasser les 3% du volume du réservoir ? Justifier la réponse**.**

Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou toute initiative pertinente, sera prise en compte dans l'évaluation.

3. La santé du bétail est menacée lorsque le volume de substance polluante dans le réservoir dépasse 1200 litres.

a. Déterminer graphiquement, avec la précision permise par le graphique, le temps (arrondi à l'unité) à partir duquel la santé du bétail est menacée par la présence dans le réservoir de cette substance polluante. On laissera les traits de constructions apparents sur l'**ANNEXE A** (**à rendre avec la copie**).

b. Retrouver ce résultat par le calcul. Vous donnerez la valeur exacte puis la valeur arrondie à l'unité près du résultat.

4. On désigne par V_m le volume moyen de substance polluante présente dans le réservoir pendant les 60 premières minutes. On admet que $V_m = \frac{1}{60}\int_0^{60} f(t)dt$.

Donner la valeur exacte de V_m puis sa valeur approchée arrondie à 10^{-1} près.

EXERCICE 3 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples, donné en **ANNEXE B** (**à rendre avec la copie**).

Pour chaque proposition, une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte rapporte un point, une réponse inexacte enlève 0,25 point et l'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cet exercice sera ramenée à zéro.

Cocher, pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

EXERCICE 4 (4 points)

Dans une région donnée, on constate une baisse de 4,5 % par an du nombre d'apiculteurs professionnels.

En 2010, on a recensé 525 apiculteurs professionnels dans cette région.

On appelle u_n le nombre de ces apiculteurs professionnels le 1er janvier de l'année 2010+n, ainsi $u_0 = 525$.

1. Quel était le nombre de ces apiculteurs professionnels en 2011 ? Arrondir le résultat à l'unité près.

2. Justifier que $u_{n+1} = 0{,}955 \times u_n$ pour tout entier naturel n.

3. La Direction Régionale de l'Alimentation, de l'Agriculture et de la Forêt de cette région surveille le nombre d'apiculteurs professionnels et estime que ce nombre ne doit pas être strictement inférieur à 300 afin de préserver l'approvisionnement régional en miel et assurer la pollinisation.

Parmi les trois algorithmes proposés ci-dessous, seul l'algorithme 1 permet de déterminer l'année où le nombre d'apiculteurs professionnels sera strictement inférieur à 300.

Algorithme 1	**Algorithme 2**	**Algorithme 3**
Variables : U réel N entier naturel **Initialisation :** Affecter à N la valeur 0 Affecter à U la valeur 525 **Traitement :** Tant que U ≥ 300 U prend la valeur U×0,955 N prend la valeur N+1 Fin du Tant que **Sortie :** Afficher 2010 + N	**Variables :** U réel N entier naturel **Initialisation :** Affecter à N la valeur 0 Affecter à U la valeur 525 **Traitement :** Tant que U ≥ 300 U prend la valeur U×0,045 N prend la valeur N+1 Fin du Tant que **Sortie :** Afficher 2010 + N	**Variables :** U réel N entier naturel **Initialisation :** Affecter à N la valeur 0 Affecter à U la valeur 525 **Traitement :** Tant que U ≥ 300 U prend la valeur U×0,955 Fin du Tant que N prend la valeur N+1 **Sortie :** Afficher 2010 + N

a. Expliquer pourquoi les algorithmes 2 et 3 ne donnent pas le résultat attendu.

b. A l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année l’approvisionnement régional du miel et la pollinisation ne sont plus préservés.

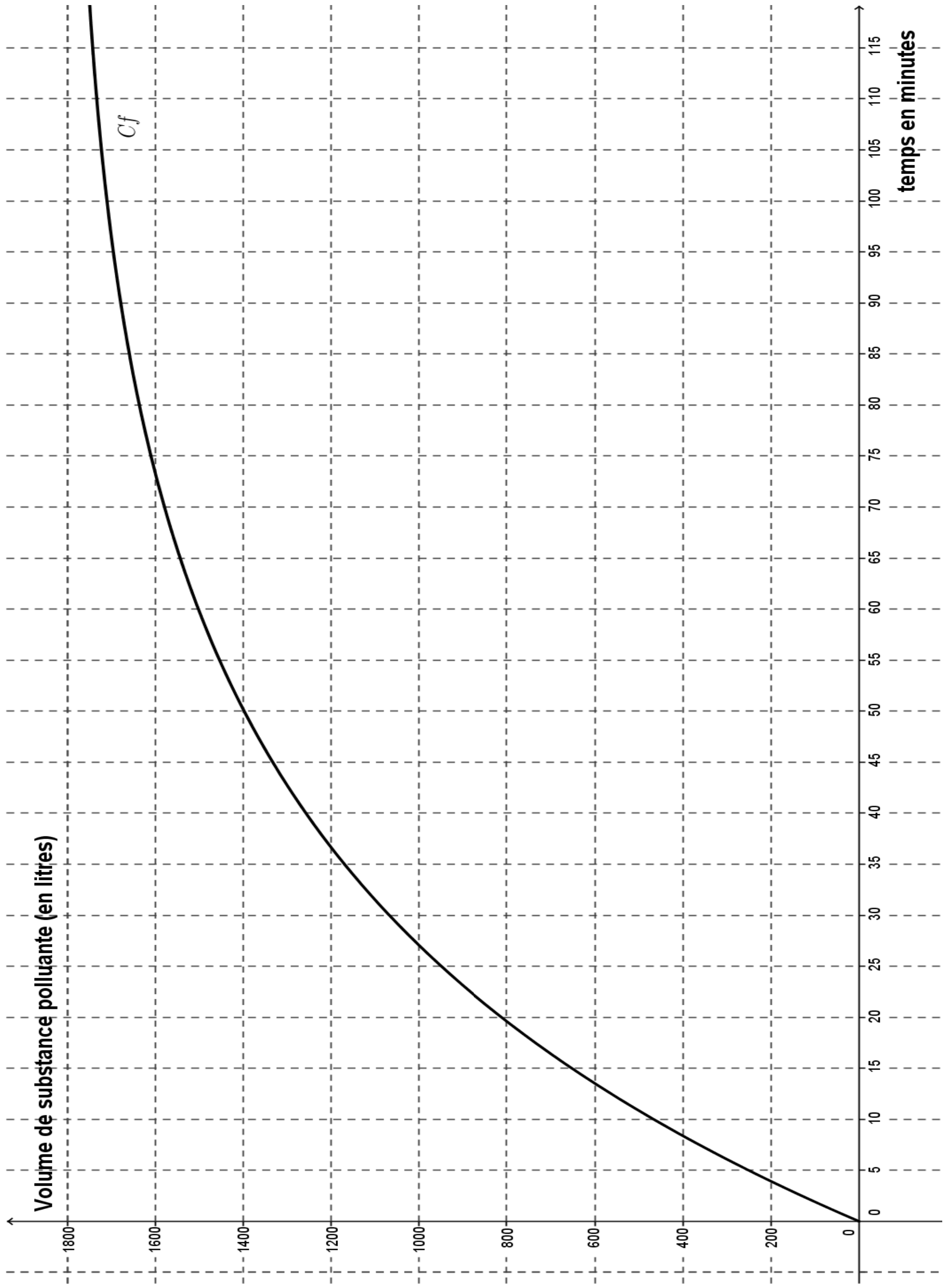
MINISTERE DE L'AGRICULTURE

	EXAMEN :	N° ne rien inscrire
Nom : (EN MAJUSCULES)	Spécialité ou Option :	
Prénoms :	**EPREUVE :**	
Date de naissance : 19	Centre d'épreuve :	
	Date :	

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 2 Courbe représentative de la fonction f



MINISTERE DE L'AGRICULTURE

Nom : (EN MAJUSCULES)	**EXAMEN :**	N° ne rien inscrire
Prénoms :	Spécialité ou Option :	
Date de naissance : 19	**EPREUVE :**	
	Centre d'épreuve :	
	Date :	

ANNEXE B (à compléter et à rendre avec la copie)	N° ne rien inscrire

EXERCICE 3 : QCM

Soit X la variable aléatoire distribuée selon la loi binomiale de paramètres n = 25 et p = 0,08.

1. P(X = 0) est égale à

☐ $0{,}08^{0}$ ☐ $0{,}08^{25}$ ☐ $0{,}92^{25}$

2. Une valeur approchée de P(X = 4) à 10^{-2} près est

☐ 0,72 ☐ 0,09 ☐ 0,95

3. Une valeur approchée de P(X ≤ 5) à 10^{-2} près est

☐ 0,03 ☐ 0,99 ☐ 0,66

4. E(X) est égale à

☐ 2 ☐ 0,08 ☐ 1,36