REMPLACEMENT 2013
Métropole - Antilles - Guyane - Réunion

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

ÉPREUVE E4

MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIES INFORMATIQUE ET MULTIMEDIA

Série : STAV

Durée : 2 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte 6 pages

L'annexe A est à rendre avec la copie

SUJET

EXERCICE 1 (9 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle]-1 ; $+\infty$ [par $f(x) = e^{0,5x} - \dfrac{2}{x+1}$.

On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).

1.

a) Déterminer la limite de f quand x tend vers -1. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Déterminer la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$.

2. Calculer $f\,'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle]-1 ; $+\infty$ [.

3. Démontrer que $f\,'(x) > 0$ pour tout x de]-1 ; $+\infty$ [.

4. Dresser le tableau de variation de f sur]-1 ; $+\infty$ [.

5. Compléter le tableau de valeurs donné **en annexe A (à rendre avec la copie)**.
Les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

6. Tracer C_f dans un repère orthogonal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$). On prendra pour unités graphiques : 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.

7. Soit la fonction F définie sur]-1 ; $+\infty$ [par $F(x) = 2e^{0,5x} - 2\ln(x+1)$
Démontrer que F est une primitive de f sur]-1 ; $+\infty$ [.

8. On admet que sur l'intervalle [1 ; 3], on a $f(x) \geq 0$.
Calculer l'aire A, exprimée en cm^2, du domaine plan délimité par la courbe C_f , l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.
On donnera la valeur exacte de A puis la valeur arrondie à 10^{-2} près.

EXERCICE 2 (4 points)

La courbe C donnée dans le **document 1** est la courbe représentative d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\ ;+\infty[$.
On sait que le point A (0 ; 1) appartient à la courbe C et que la fonction g admet un minimum en $x = 0$.
Les droites d'équations respectives $x = -3$ et $y = 4$ sont asymptotes à la courbe C.

Le QCM est donné en **annexe A**.

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte enlève 0 ,5 point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cette partie est zéro.

EXERCICE 3 (7 points)

Un magasin de matériel audiovisuel réalise des promotions sur un modèle de téléviseur et un modèle de lecteur DVD.
Une enquête statistique révèle que :
60% des clients du magasin achètent ce modèle de téléviseur et parmi eux 70% achètent aussi ce lecteur de DVD.
Parmi ceux qui n'achètent pas ce modèle de téléviseur, seulement 10% achètent ce lecteur DVD.

Partie A

Un client se présente au magasin. On appelle :

T l'événement « il achète le téléviseur en promotion »

L l'événement « il achète le lecteur DVD en promotion »

1. Traduire la situation à l'aide d'un arbre en indiquant les probabilités sur chaque branche.

2. Calculer la probabilité de l'événement « le client achète les deux appareils ».

3. Démontrer que la probabilité de l'événement « le client achète le lecteur DVD » est 0,46.

4. Sachant que le client a acheté le lecteur de DVD, quelle est la probabilité qu'il ait aussi acheté le téléviseur ? Le résultat sera arrondi à 10^{-4} près.

Partie B

Avant la promotion, le téléviseur coûtait 500 € et le lecteur DVD 200 €.
Lors des promotions, le magasin effectue une remise de 15% pour l'achat d'un seul appareil et de 25% pour l'achat des deux appareils.

1. Justifier que la dépense engagée pour l'achat des deux appareils en promotion s'élève à 525 €.

Soit X la variable aléatoire associée à la dépense éventuelle du client en tenant compte de cette promotion.

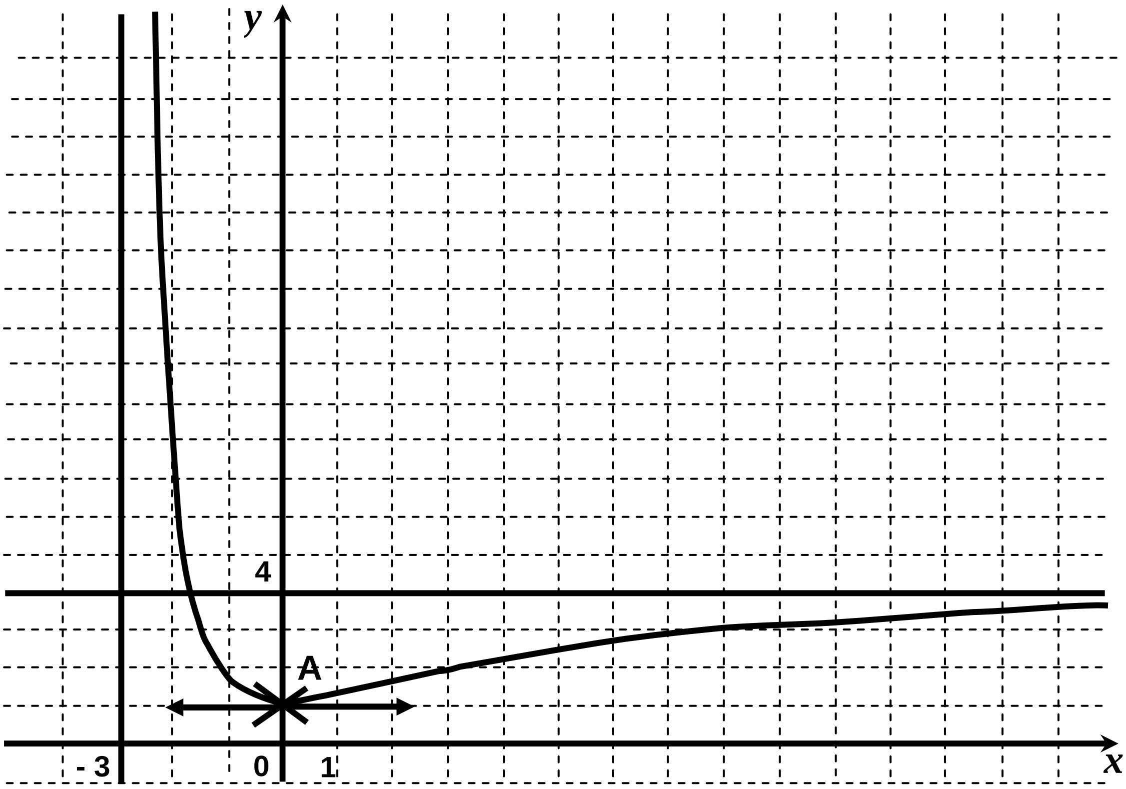
2. Déterminer la loi de probabilité de X et compléter le tableau donné en **annexe A**.

3. Calculer l'espérance mathématique de X.

DOCUMENT 1

EXERCICE 2

Représentation graphique de la fonction g



BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. ALGÈBRE.

Identités remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

Suites :

Suites arithmétiques de raison a :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2} .$$

Suites géométriques de raison b :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \frac{1-b^{n+1}}{1-b} \quad (b \neq 1).$$

Équation du second degré :

a, b, c, nombres réels tels que $a \neq 0$. $\Delta = b^2 - 4ac$

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

1°) si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \; ; \; x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} .$$

On a alors : $ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')$

avec $x' + x'' = -\dfrac{b}{a}$ et $x'x'' = \dfrac{c}{a}$.

2°) si $\Delta = 0$, une solution réelle double : $x' = x'' = -\dfrac{b}{2a}$

et $ax^2 + bx + c = a(x-x')^2$.

3°) si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

II. TRIGONOMÉTRIE : *Valeurs remarquables (angles en radians)* :

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

III. STATISTIQUES : *Moyenne, variance, écart-type.*

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes ou en tableau d'effectifs:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

IV. PROBABILITÉS.

Dénombrements:

$$n! = n(n-1)(n-2)....3\times2\times1$$

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1).....(n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}.$$

Calcul de probabilités :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) ; \quad p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Espérance d'une variable aléatoire: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Loi binomiale : $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Espérance de X, variable aléatoire de loi binomiale: $E(X) = np$

V. ANALYSE.

Fonction logarithme népérien :

$\ln$ est, sur $]0;+\infty[$, la primitive de $\left(x \mapsto \frac{1}{x}\right)$ qui s'annule pour $x=1$.

$\ln(1)=0$; $\ln(e)=1$

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$

$\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$

$\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$; $\lim_{x\to 0}\ln x=-\infty$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

Fonction exponentielle :

x réel, y réel strictement positif :

$y=\exp(x)=e^x$ équivaut à $x=\ln y$

$e^0=1$

$e^{a+b}=e^a e^b$

$e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b}$

$\lim_{x\to+\infty}e^x=+\infty$; $\lim_{x\to-\infty}e^x=0$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$

Dérivées et primitives usuelles et opérations sur les dérivées :

Intervalle de validité	$f(x)$	$f'(x)$
IR	k	0
IR	x	1
IR	x^n, $n\in$ IN*	nx^{n-1}
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	x^n, $n\in$ Z*	nx^{n-1}
$]0;+\infty[$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$]0;+\infty[$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
sur tout intervalle où $ax+b>0$	$\ln(ax+b)$	$\frac{a}{ax+b}$
IR	e^x	e^x
IR	e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
IR	$\cos x$	$-\sin x$
IR	$\sin x$	$\cos x$

Règles de calcul

$(u+v)'=u'+v'$

si k constante réelle:

$(ku)'=ku'$

$(uv)'=u'v+uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

Calcul intégral :

Définition :

Si F est une primitive de f, $\int_a^b f(t)dt=F(b)-F(a)$.

Somme :

$\int_a^b (f+g)(t)dt=\int_a^b f(t)dt+\int_a^b g(t)dt$.

Produit par une constante :

$\int_a^b kf(t)dt=k\int_a^b f(t)dt$.

Positivité :

Si $a\le b$ et $f\ge 0$, $\int_a^b f(t)dt\ge 0$

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénom(s) :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1 :

x	-0,75	-0,5	0	0,5	1	2	3	4
$f(x)$								

EXERCICE 2 :

1. La limite de la fonction g en $+\infty$ est :

☐ $+\infty$
☐ -3
☐ 4

2. On note g' la fonction dérivée de g sur $]-3\ ;+\infty[$.

☐ $g'(0) = 1$
☐ $g'(1) = 0$
☐ $g'(0) = 0$

3. Une équation de la tangente à C au point A est :

☐ $y = 1$
☐ $y = x$
☐ $y = 0$

4. Sur $]-3\ ;+\infty[$, l'équation $g(x) = x$:

☐ N'a aucune solution,
☐ A une seule solution $x = 0$,
☐ A une seule solution dans l'intervalle]1 ; 2[.

EXERCICE 3 :

x	0			525
P(X = x)				0,42

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénom(s) :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

A rendre avec la copie