BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

ÉPREUVE E 4

MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIES INFORMATIQUE ET MULTIMEDIA

Série STAV

Durée : 2 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **CALCULATRICE**

Le sujet comporte 6 pages

Les annexes A et B sont à rendre avec la copie

SUJET

EXERCICE 1 (4 points)

Un site Internet permet aux particuliers de vendre ou d'acheter des objets.
Le vendeur propose un objet à un prix de vente initial en mettant une annonce en ligne sur ce site.
Pendant deux semaines, au fur et à mesure des offres des internautes intéressés, le prix affiché de l'objet augmente pour atteindre son prix final.
À la fin de cette période, l'internaute qui a fait l'offre la plus élevée achète l'objet au prix final.
Si une annonce reçoit une offre, alors la vente de l'objet est obligatoire au prix final même si le vendeur le juge trop bas.

Sur ce site, une étude statistique a montré que :

- 60% des annonces reçoivent une première offre dès la première semaine ; dans ce cas, 75% des vendeurs sont satisfaits du prix final ;
- 30% des annonces reçoivent une première offre seulement en deuxième semaine ; dans ce cas, 57% des vendeurs sont satisfaits du prix final ;
- les autres annonces ne reçoivent aucune offre durant ces deux semaines et le vendeur retire alors son objet de la vente.

Une annonce est mise en ligne sur ce site.

On note A, B, C et S les événements suivants :

A : « l'annonce reçoit une première offre dès la première semaine » ;

B : « l'annonce reçoit une première offre seulement en deuxième semaine » ;

C : « l'annonce ne reçoit aucune offre » ;

S : « le vendeur est satisfait du prix final ».

Les probabilités seront exprimées sous forme décimale, arrondies à 10^{-3} près si nécessaire.

1. Compléter l'arbre de probabilité donné en **annexe A (à rendre avec la copie)**.

2. Calculer P($A \cap S$).

3. En déduire que la probabilité que le vendeur soit satisfait du prix final est de 0,621.

4. Quelle est la probabilité qu'un objet ait reçu une première offre dès la première semaine, sachant que le vendeur est satisfait du prix final ?

EXERCICE 2 QCM (5 points)

Compléter le QCM fourni en **annexe B (à rendre avec la copie)**.

Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cet exercice sera zéro.

EXERCICE 3 (11 points)

On considère la fonction f définie sur $]-3\ ;+\infty[$ par $f(x)=x^2+x+2\ln(x+3)$. On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. Déterminer la limite de f en -3. Interpréter graphiquement ce résultat.

3. Démontrer que $f'(x)=\dfrac{2x^2+7x+5}{x+3}$ pour tout x de $]-3\ ;+\infty[$.

4. a) Étudier le signe de $2x^2+7x+5$ pour tout x de $]-3\ ;+\infty[$.

b) En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout x de $]-3\ ;+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variations de f sur $]-3\ ;+\infty[$.

On y indiquera les valeurs exactes de $f\left(-\dfrac{5}{2}\right)$ et $f(-1)$.

5. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

6. Compléter le tableau de valeurs donné en **annexe A (à rendre avec la copie)**.

7. Construire la tangente (T), la courbe C_f et les éventuelles asymptotes sur la feuille de papier millimétré fournie avec le sujet.

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. ALGÈBRE.

Identités remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

Suites :

Suites arithmétiques de raison a :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2} .$$

Suites géométriques de raison b :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \frac{1-b^{n+1}}{1-b} \quad (b \neq 1).$$

ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ :

a, b, c, nombres réels tels que $a \neq 0$. $\Delta = b^2 - 4ac$

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

1°) si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \; ; \; x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} .$$

On a alors : $ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')$

avec $x' + x'' = -\frac{b}{a}$ et $x'x'' = \frac{c}{a}$.

2°) si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x' = x'' = -\frac{b}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x-x')^2$.

3°) si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

II. TRIGONOMÉTRIE : *Valeurs remarquables (angles en radians)* :

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

III. STATISTIQUES : *Moyenne, variance, écart-type.*

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes ou en tableau d'effectifs :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

IV. PROBABILITES.

Dénombrements :

$$n! = n(n-1)(n-2)....3\times 2\times 1$$

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1).....(n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}.$$

Calcul de probabilités :

$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$; $\quad p_B(A) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)}$

Espérance d'une variable aléatoire : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Loi binomiale : $p(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Espérance de X, variable aléatoire de loi binomiale : $E(X) = np$

V. ANALYSE.

Fonction logarithme népérien :

$\ln$ est, sur $]0;+\infty[$, la primitive de $\left(x \mapsto \dfrac{1}{x}\right)$ qui s'annule pour $x = 1$.

$\ln(1) = 0$; $\ln(e) = 1$

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 0} \ln x = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

Fonction exponentielle :

x réel, y réel strictement positif :

$y = \exp(x) = e^x$ équivaut à $x = \ln y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

Dérivées et primitives usuelles et opérations sur les dérivées :

Intervalle de validité	$f(x)$	$f'(x)$
IR	k	0
IR	x	1
IR	x^n, $n \in$ IN*	nx^{n-1}
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	x^n, $n \in$ Z*	nx^{n-1}
$]0;+\infty[$	$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
$]0;+\infty[$	$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
sur tout intervalle où $ax+b>0$	$\ln(ax+b)$	$\dfrac{a}{ax+b}$
IR	e^x	e^x
IR	e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
IR	$\cos x$	$-\sin x$
IR	$\sin x$	$\cos x$

Règles de calcul

$(u+v)' = u'+v'$

si k constante réelle:
$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

Calcul intégral :

Définition :

Si F est une primitive de f, $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$.

Somme :

$\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$.

Produit par une constante :

$\int_a^b kf(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$.

Positivité :

Si $a \le b$ et $f \ge 0$, $\int_a^b f(t)dt \ge 0$

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénom(s) :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

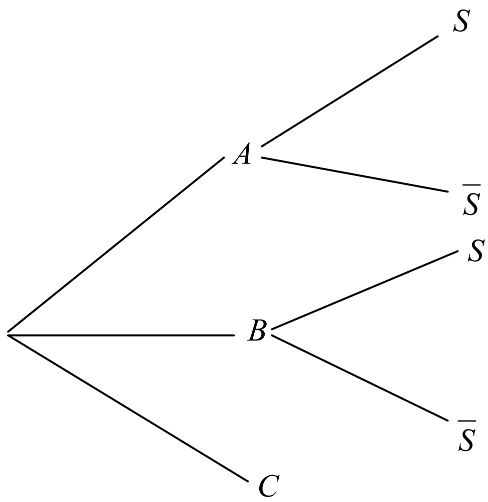
N° ne rien inscrire

"

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 1 :



EXERCICE 3 ***Les résultats seront arrondis au dixième près.***

x	- 2,8	- 2,5	- 2	- 1,5	- 1	- 0,5	0	0,5	1
$f(x)$									

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénom(s) :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

"

ANNEXE B (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 2

Cocher pour chaque question posée, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

1. Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi binomiale de paramètres n = 7 et p = 0,2. La probabilité P(X = 3), arrondie à 10^{-3} près, est :

☐ 0,028 ☐ 0,115 ☐ 0,003

2. Soit Y une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau suivant :

k	0	1	2	3
P($Y = k$)	0,26	0,37	0,18	0,19

L'espérance mathématique de la variable aléatoire Y est :

☐ 1,3 ☐ 0,25 ☐ 1,5

3. Soient deux événements A et B tels que P(A) = 0,3 , P(B) = 0,4 et P($A \cap B$) = 0,1

☐ A et B sont indépendants ☐ A et B ne sont pas indépendants ☐ A et B sont incompatibles

4. Une primitive de la fonction f définie sur IR par $f(x) = e^{3x} - 2x^2 + 1$ est :

☐ $F(x) = 3e^{3x} - 4x$ ☐ $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{2}{3}x^3 + x + 3$ ☐ $F(x) = e^{3x} - \frac{2}{3}x^3 + x$

5. La valeur de l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ est :

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2

M. E X.

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

NOM :
(EN MAJUSCULES)

Prénoms :

Date de naissance : **19**

EXAMEN

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire