

Sciences et Technologies de l'Agronomie et du Vivant

Métropole–La Réunion septembre 2019

La calculatrice est autorisée.

Les annexes A, B et C sont à rendre avec la copie après avoir été numérotées.

EXERCICE 1

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple, donné en **annexe A** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée).

Pour chaque proposition, une seule réponse est exacte.

Une réponse exacte rapporte un point, **une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.**

Cocher, pour chaque proposition, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

EXERCICE 2

6 points

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-4} près si nécessaire.

Dans un verger, on a planté deux variétés anciennes d'abricotiers : la variété Ampuis et la variété Beaugé.

Pour la commercialisation des abricots, le diamètre du fruit doit être supérieur ou égal à 2,5 cm.

On a constaté que :

- 35 % des abricots sont de la variété Ampuis.
- Parmi les abricots de la variété Ampuis, 75 % ont un diamètre supérieur ou égal à 2,5 cm.
- Parmi les abricots de la variété Beaugé, 65 % ont un diamètre supérieur ou égal à 2,5 cm.

On choisit un abricot au hasard. On considère les événements suivants :

A : « l'abricot choisi est de la variété Ampuis ».

C : « l'abricot choisi a un diamètre supérieur ou égal à 2,5 cm ».

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

1. Traduire cette situation à l'aide d'un arbre pondéré de probabilités.
2. Calculer $p(A \cap \bar{C})$.
3. Montrer que $p(\bar{C}) = 0,315$.
4. Sachant que l'abricot choisi a un diamètre inférieur à 2,5 cm, calculer la probabilité que l'abricot soit de la variété Ampuis.
5. Prouver que les événements A et \bar{C} ne sont pas indépendants.

Partie B

On prélève dans la population d'abricots, au hasard et successivement, 25 abricots. La population est assez grande pour que ces prélèvements soient considérés comme indépendants les uns des autres.

La probabilité qu'un abricot ne soit pas commercialisable est de 0,315 .

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le nombre d'abricots non commercialisables.

1. Montrer que X est distribuée selon une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité qu'exactly 4 abricots ne soient pas commercialisables.
3. Calculer $\mathbb{E}(X)$ puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de cet exercice.

EXERCICE 3**4 points**

Dans un bassin naturel, le lagunage peut être assuré par des plantes épuratives telles que la jacinthe d'eau.

Un test a été réalisé dans un bassin naturel : le premier jour de chaque mois, on mesure la concentration d'algues vertes dans ce bassin. Au 1^{er} janvier 2018, la concentration est de 102 mg/L. On a introduit à cette même date des jacinthes d'eau. La concentration diminue tous les mois de 3%. On appelle u_n la concentration en algues vertes n mois après l'introduction des jacinthes d'eau. On a donc $u_0 = 102$.

1. Calculer la concentration d'algues vertes dans ce bassin au 1^{er} février 2018.
2. Justifier que $u_n = 102 \times 0,97^n$.
3. On estime que l'objectif est atteint par le lagunage quand la concentration en algues vertes est strictement inférieure à 80 mg/L.
Compléter l'algorithme fourni en **annexe B** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée) qui détermine le nombre de mois nécessaires pour que le lagunage atteigne l'objectif pour ce bassin.
4. Déterminer la date ainsi obtenue pour atteindre l'objectif par la méthode de votre choix que vous expliquerez.

EXERCICE 4**6 points**

Un laboratoire teste l'efficacité d'un nouveau désodorisant d'intérieur bio, à diffusion lente, fabriqué avec 99,9% de produits naturels. La fonction g modélise le taux d'efficacité du désodorisant (en pourcentage) en fonction du temps t exprimé en heures.

g est définie sur $[0; 24]$ par

$$g(t) = 50te^{-0,5t+1}.$$

1. La courbe C_g , donnée en **annexe C** (à rendre avec la copie après avoir été numérotée) est la représentation graphique de g dans un repère orthogonal. À l'aide de cette courbe, sur laquelle les traits de construction resteront apparents :
 - a. Déterminer au bout de combien de temps le taux d'efficacité est maximal. Donner alors sa valeur.
 - b. Le désodorisant est considéré comme efficace lorsque le taux d'efficacité est supérieur ou égal à 40%. Il est commercialisable lorsqu'il est considéré comme efficace pendant 5 heures et demie ou plus.
Vérifier si ces deux conditions sont réalisées et donc si le désodorisant est commercialisable.
2.
 - a. Montrer que pour tout t appartenant à l'intervalle $[0; 24]$, $g'(t) = (50 - 25t)e^{-0,5t+1}$.
 - b. Étudier le signe de $g'(t)$.
 - c. Construire le tableau de variation de g sur $[0; 24]$.
3.
 - a. Calculer $g(0,5)$ puis $g(6)$. Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.
 - b. Justifier alors, par le calcul, que les deux conditions données à la question 1. b. sont bien réalisées.

ANNEXE A (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ dont les variations sont données dans le tableau ci-dessous :

x	-2	-1	4	$+\infty$
Variation de f	$-\infty$	↗ 3	↘ -1	↗ $+\infty$

QCM à compléter :

1. La valeur de $f'(-1)$ est :

<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> on ne peut pas savoir.
----------------------------	----------------------------	----------------------------	---
2. La courbe représentative de f admet pour asymptote la droite d'équation :

<input type="checkbox"/> $x = -1$	<input type="checkbox"/> $y = 3$	<input type="checkbox"/> $x = -2$	<input type="checkbox"/> on ne peut pas savoir.
-----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	---
3. Le nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $] -2 ; +\infty[$ est :

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> on ne peut pas savoir.
----------------------------	----------------------------	----------------------------	---
4. Dans l'intervalle $] -2 ; +\infty[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f'(x) \leq 0$ est :

<input type="checkbox"/> $] -\infty ; 0]$	<input type="checkbox"/> $[-1 ; 3]$	<input type="checkbox"/> $[-1 ; 4]$	<input type="checkbox"/> on ne peut pas savoir.
---	-------------------------------------	-------------------------------------	---

ANNEXE B (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

EXERCICE 3

Algorithme :

Variables :	N est de type nombre entier U est de type nombre réel
Initialisation :	N prend la valeur 0 U prend la valeur
Traitement :	Tant que $U \geq 80$ N prend la valeur $N + 1$ U prend la valeur
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher N

ANNEXE C (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

EXERCICE 4

Courbe C_g 