SESSION 2014
Polynésie

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

ÉPREUVE E 4

MATHÉMATIQUES ET TECHNOLOGIES INFORMATIQUE ET MULTIMEDIA

Série STAV

Durée : 2 heures

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **CALCULATRICE**

Le sujet comporte 6 pages

Les annexes A et B sont à rendre avec la copie

SUJET

EXERCICE 1 : 6 points

Dans le cadre d'une enquête auprès d'étudiants d'un lycée, on s'intéresse plus particulièrement à ceux possédant éventuellement un Smartphone, une tablette tactile ou les deux.
Les résultats sont les suivants :

- 60% des étudiants interrogés possèdent un Smartphone ;
- Parmi ceux-ci, 25% possèdent une tablette tactile ;
- 50% des étudiants n'ayant pas de Smartphone ne possèdent pas de tablette tactile.

On interroge au hasard un de ces étudiants.

On note S et T les événements suivants :

S : « L'étudiant possède un Smartphone » ;

T : « L'étudiant possède une tablette tactile ».

Les résultats des probabilités seront arrondis à 10^{-3} *près si nécessaire.*

1. Décrire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilités en précisant les valeurs des probabilités sur chaque branche.

2. a. Calculer P($S \cap T$) et P($\overline{S} \cap T$).

b. En déduire que la probabilité que l'étudiant possède une tablette tactile est de 0,35.

3. Dans cette question, on interroge un étudiant qui possède une tablette tactile. Déterminer la probabilité qu'il possède un Smartphone.

4. On interroge au hasard et de façon indépendante 10 étudiants de cet établissement.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre d'étudiants possédant une tablette tactile parmi les 10.

a. Justifier que la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres n = 10 et p = 0,35.

b. Calculer la probabilité que la moitié des étudiants interrogés possèdent une tablette tactile.

EXERCICE 2 : 4 points

Soit g la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont on donne le tableau de variation ci-dessous.
On note g ' sa fonction dérivée et C_g sa courbe représentative dans un repère du plan.

x	$-\infty$		-7		0		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
Variations de g	0	↗	$3e^{-2}$	↘	-1	↗	$+\infty$

Compléter le QCM fourni en **annexe A (à rendre avec la copie)**.
Pour chaque question, une seule réponse est exacte.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève et n'ajoute pas de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à cet exercice sera zéro.

EXERCICE 3 : 10 points

Soit f une fonction définie et dérivable sur [-1 ; $+\infty$[et f ' sa fonction dérivée.
Sa courbe représentative C_f est donnée en **annexe B (à rendre avec la copie)**.
L'axe des abscisses est asymptote à la courbe en C_f en $+\infty$.
La droite D_1 est tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2 et la droite D_2 est tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

PARTIE A

À l'aide du graphique et des données de l'énoncé, déterminer, sans justifier :

1. L'image de $\frac{1}{2}$ par la fonction f ;

2. Le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x ;

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f'(x) \geq 0$;

4. La limite de la fonction f en $+\infty$.

PARTIE B

On admet que la fonction f de la partie A est définie sur [-1 ; $+\infty$[par : $f(x) = (2x^2 + x - 1)e^{-x}$.

1. Montrer que pour tout x de [-1 ; $+\infty$[, $f'(x) = (-2x^2 + 3x + 2)e^{-x}$.

2. a. Justifier que $f'(x)$ est du signe de $-2x^2 + 3x + 2$ sur [-1 ; $+\infty$[.

b. Étudier le signe de $-2x^2 + 3x + 2$ sur [-1 ; $+\infty$[.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur [-1 ; $+\infty$[.

On précisera les valeurs exactes de $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $f(2)$.

3. On admet que la fonction F définie par $F(x) = (-2x^2 - 5x - 4)e^{-x}$ est une primitive de f sur [-1 ; $+\infty$[.

a. Hachurer sur le graphique de l'**annexe B** le domaine plan $\mathscr{D}$ limité par la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \frac{1}{2}$ et $x = 4$.

b. Calculer la valeur exacte de l'aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$.

c. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire, en unités d'aire, du domaine $\mathscr{D}$.

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. ALGÈBRE.

Identités remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

Suites :

Suites arithmétiques de raison a :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = \frac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2} .$$

Suites géométriques de raison b :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$;

$$u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \frac{1-b^{n+1}}{1-b} \quad (b \neq 1).$$

ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ :

a, b, c, nombres réels tels que $a \neq 0$. $\Delta = b^2 - 4ac$

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

1°) si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \; ; \; x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} .$$

On a alors : $ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')$

avec $x' + x'' = -\dfrac{b}{a}$ et $x'x'' = \dfrac{c}{a}$.

2°) si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x' = x'' = -\dfrac{b}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x-x')^2$.

3°) si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

II. TRIGONOMÉTRIE : *Valeurs remarquables (angles en radians)* :

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

III. STATISTIQUES : *Moyenne, variance, écart-type.*

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\overline{x})^2$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes ou en tableau d'effectifs :

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\overline{x})^2$$

IV. PROBABILITÉS.

Dénombrements :

$$n! = n(n-1)(n-2)....3\times 2\times 1$$

$$\binom{n}{p} = \frac{n(n-1).....(n-p+1)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}.$$

Calcul de probabilités :

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$; $\quad p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$

Espérance d'une variable aléatoire: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Loi binomiale : $p(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Espérance de X, variable aléatoire de loi binomiale: $E(X) = np$

V. ANALYSE .

Fonction logarithme népérien :

$\ln$ est, sur $]0;+\infty[$, la primitive de $\left(x \mapsto \frac{1}{x}\right)$ qui s'annule pour $x=1$.

$\ln(1)=0$; $\ln(e)=1$

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$

$\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

Fonction exponentielle :

x réel, y réel strictement positif :

$y=\exp(x)=e^x$ équivaut à $x=\ln y$

$e^0=1$

$e^{a+b}=e^a e^b$

$e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$

Dérivées et primitives usuelles et opérations sur les dérivées :

Intervalle de validité	$f(x)$	$f'(x)$
IR	k	0
IR	x	1
IR	x^n, $n\in$ IN*	nx^{n-1}
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	x^n, $n\in$ Z*	nx^{n-1}
$]0;+\infty[$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$]0;+\infty[$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
sur tout intervalle où $ax+b>0$	$\ln(ax+b)$	$\frac{a}{ax+b}$
IR	e^x	e^x
IR	e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
IR	$\cos x$	$-\sin x$
IR	$\sin x$	$\cos x$

Règles de calcul

$(u+v)'=u'+v'$

si k constante réelle:

$(ku)'=ku'$

$(uv)'=u'v+uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

Calcul intégral :

Définition :

Si F est une primitive de f, $\int_a^b f(t)dt=F(b)-F(a)$.

Somme :

$\int_a^b (f+g)(t)dt=\int_a^b f(t)dt+\int_a^b g(t)dt$.

Produit par une constante :

$\int_a^b kf(t)dt=k\int_a^b f(t)dt$.

Positivité :

Si $a\le b$ et $f\ge 0$, $\int_a^b f(t)dt\ge 0$

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

M. EX.

Nom :
(EN MAJUSCULES)
Prénom(s) :

Date de naissance : 19

EXAMEN :

Spécialité ou Option :

ÉPREUVE :

Centre d'épreuve :

Date :

N° ne rien inscrire

✂ ....

ANNEXE A (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 2 : QCM

Cocher pour chaque question posée, la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.

1. La courbe représentative C_g de g passe par le point :

☐ A(-1 ;0) ☐ B(-7 ;0) ☐ C$\left(-7;\dfrac{3}{e^2}\right)$

2. La courbe C_g :

☐ admet une asymptote horizontale ☐ admet une asymptote verticale ☐ n'admet ni asymptote horizontale, ni asymptote verticale

3. L'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:

☐ une solution ☐ deux solutions ☐ trois solutions

4. La valeur de $g(3)$ est :

☐ positive ☐ négative ☐ on ne peut pas savoir

MINISTÈRE DE L'AGRICULTURE

M. EX.	**EXAMEN :**	N° ne rien inscrire
Nom : (EN MAJUSCULES) **Prénom(s) :**	Spécialité ou Option : **ÉPREUVE :**	
Date de naissance : 19	Centre d'épreuve : Date :	

✂ ···

ANNEXE B (à compléter et à rendre avec la copie)

N° ne rien inscrire

EXERCICE 3 :