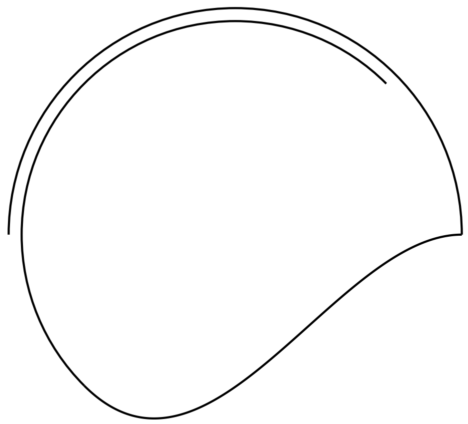
∽ Baccalauréat Antilles-Guyane 18 juin 2014 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

Exercice 1 **7 points**

Un designer-graphiste a imaginé le logo ci-dessous. Il est constitué de deux demi-cercles concentriques et d'une courbe. L'objectif de cet exercice est de reproduire ce logo.



Partie A : Les demi-cercles

1. Dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de l'annexe 1, on a placé les points A(5 ; 2) et B(−1 ; 2) puis on a tracé le demi-cercle supérieur joignant les points A et B.
   a. Donner une équation cartésienne du cercle de diamètre [AB].
   b. Déterminer par le calcul les coordonnées exactes du point d'intersection de l'axe des ordonnées avec ce demi-cercle.
2. a. Sur la figure de l'annexe 1, placer le point C(4 ; 4) puis tracer le demi-cercle joignant les points C et O, correspondant au deuxième demi-cercle du logo.
   b. Tracer la droite (T), tangente à ce demi-cercle au point O. Déterminer graphiquement le coefficient directeur de (T).

Partie B : La courbe

On souhaite construire la base du logo avec un raccordement lisse en O.
Soit f la fonction définie sur [0 ; 5] par

$$f(x) = -0,072x^3 + 0,64x^2 - x.$$

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentant la fonction f dans le repère de l'annexe 1.

1. Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points 0 et A.
2. On note l' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Calculer $f'(x)$.
   b. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
   c. Calculer $f'(5)$ et donner une interprétation graphique du résultat obtenu.
   d. Vérifier que $f'(x) = 0,008(5-x)(27x-25)$.

3. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;5]$.
4. Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction f (on arrondira à 10^{-3} près).
5. Sur l'annexe 1, compléter le logo en traçant $\mathscr{C}_f$

EXERCICE 2 **6 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie sans aucune justification.

Une réponse exacte rapportera 1 *point. Une fausse réponse ne rapportera aucun point.*

1. Le niveau d'intensité sonore, exprimé en décibels (dB), est donné par la formule :

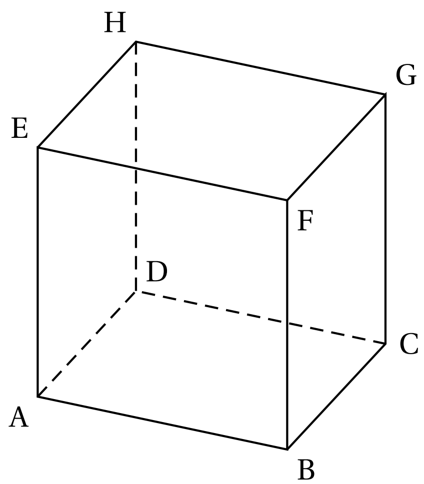
$$L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où I représente l'intensité sonore exprimée en W/m^2 et I_0 une intensité sonore de référence.

Si $L = 70$ dB, alors :

a. $I = 10^{-7}I_0$ **b.** $I == 7I_0$ **c.** $I == 10^7 I_0$ **d.** $I = \log(60)I_0$

2. On considère le cube ABCDEFGH représenté dessous.



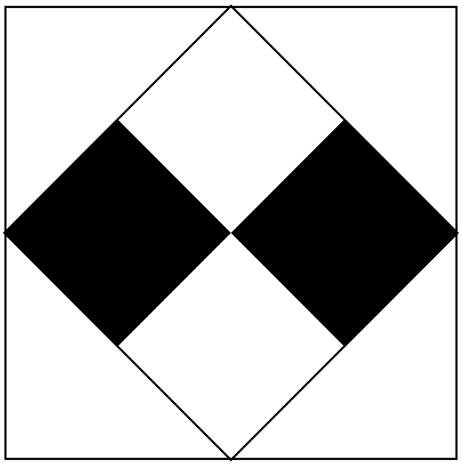
Le triangle EBD est :

a. quelconque **b.** isocèle non équilatéral **c.** rectangle **d.** équilatéral

3. Le cube précédent est invariant par rotation d'axe (AG) et d'angle :

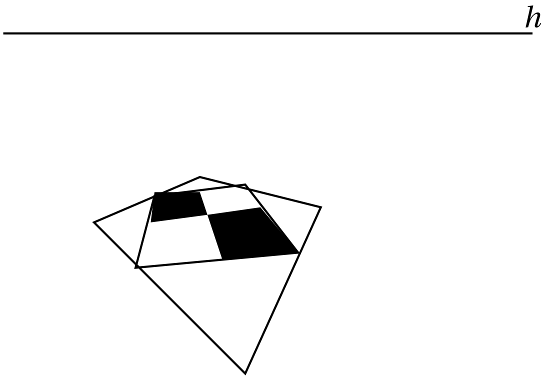
a. 60 ° **a.** 90 ° **c.** 120 ° **d.** 180 °

4. On a représenté en perspective centrale le carrelage ci-dessous :

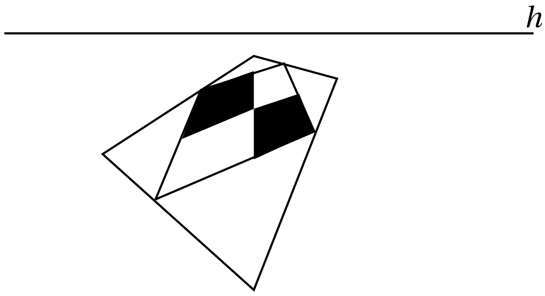


(h) désignant la ligne de fuite du plan contenant ce carrelage, dans quel cas les règles de perspective centrale ont-elles été respectées ?

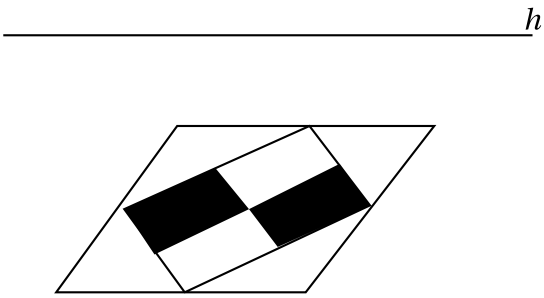
a.



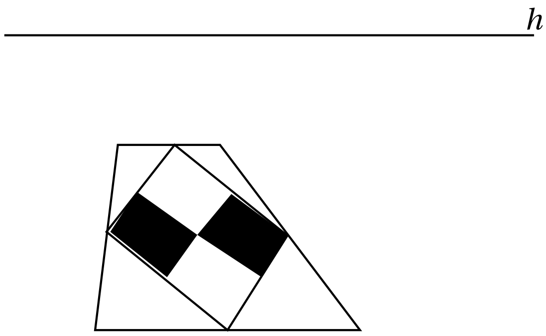
b.



c.



d.

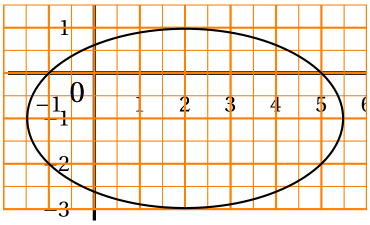


5. On considère l'ellipse dont l'équation réduite est :

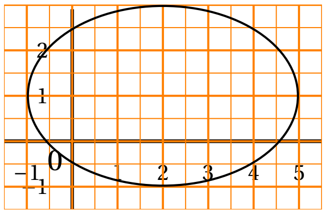
$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1.$$

Cette ellipse est représentée dans un repère orthonormal par :

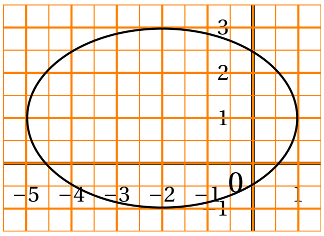
a.



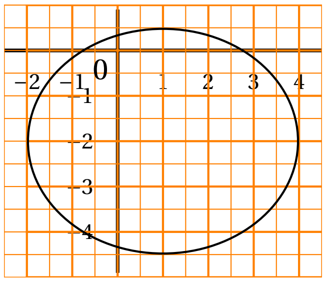
b.



c.



d.



6. Dans un repère orthonormal de l'espace, on considère les vecteurs :

$$\overrightarrow{u}\,(5\,;\,1\,;\,0) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{v}\,(1\,;\,-3\,;\,1).$$

Le produit scalaire $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ vaut :

a. -1 **b.** 0 **c.** 1 **d.** 2

Exercice 3 **7 points**

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante

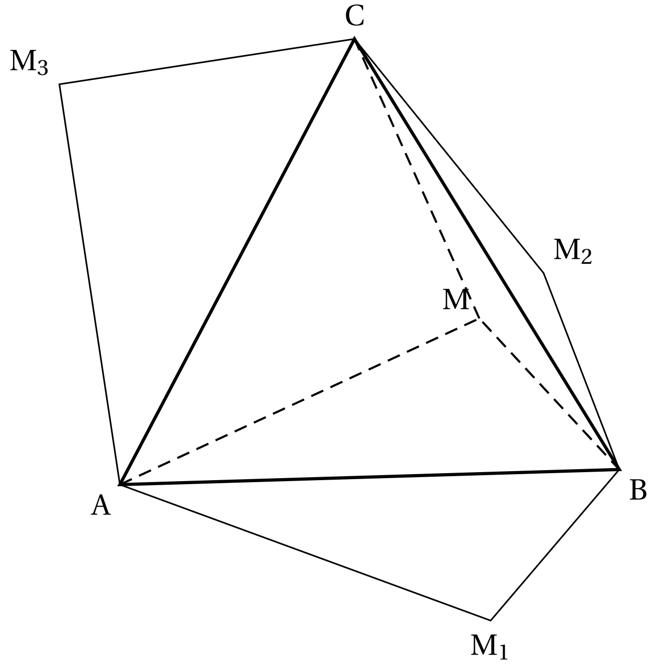
Partie A : observation du pavage

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on a construit le pavage donné en annexe 2.
Ce pavage est constitué d'hexagones identiques.

1. Quelle transformation permet de passer de l'hexagone 1 à l'hexagone 2. Préciser les caractéristiques de cette transformation.
2. Hachurer sur le pavage de l'annexe 2 tous les hexagones qui sont l'image de l'hexagone 1 par une translation.

Partie B : Obtention du motif

On considère un triangle équilatéral ABC de côté 5 cm et un point M situé à l'intérieur du triangle ABC tel que AM = 4 cm et BM = 2 cm.
Le point M_1 est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe (AB).
Le point M_2 est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe (BC).
Le point M_3 est l'image du point M par la symétrie axiale d'axe (AC).



1. Justifier que l'hexagone AM_1BM_2CM a pour aire le double de l'aire du triangle ABC.
2. **a.** En appliquant la formule d'Al-Kashi dans le triangle MAB, déterminer la valeur exacte du cosinus de l'angle $\widehat{MAB}$ puis la mesure approchée au dixième de degré de cet angle.

   En déduire la mesure approchée au dixième de degré de l'angle $\widehat{MAC}$.

   b. Dans cette question, on prendra 37,7 ° comme mesure de l'angle $\widehat{MAC}$.

   Déterminer par le calcul une valeur approchée au centième de centimètre près de la longueur CM.

Partie C : Construction d'un pavage différent

L'objectif de cette partie est de construire un pavage différent.
On place cette fois le point M à l'extérieur du triangle équilatéral.

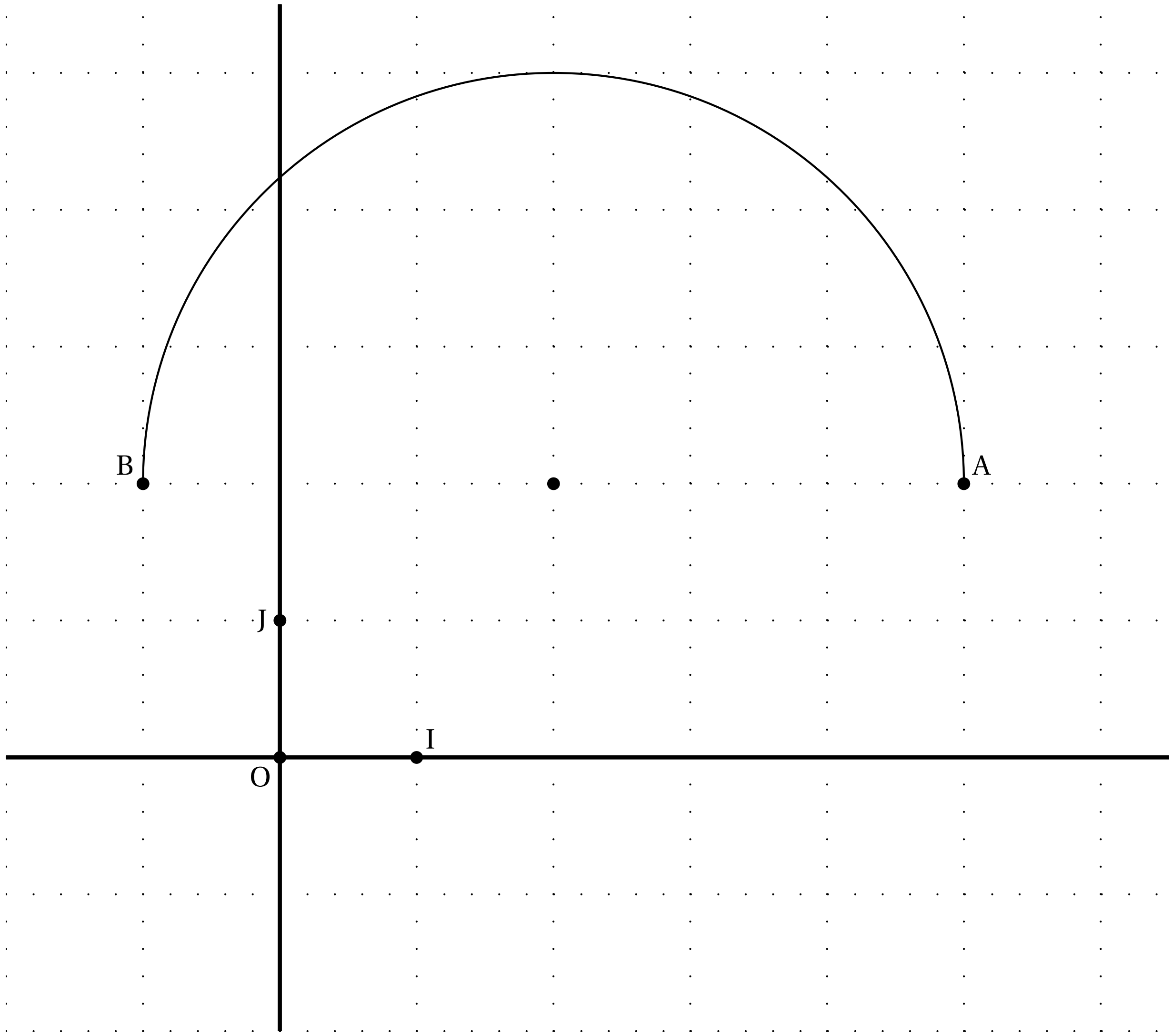
Sur l'annexe 3, un triangle équilatéral ABC est tracé. M est un point extérieur au triangle.

1. Construire le symétrique M_1 de M par rapport à l'axe (AB), le symétrique M_2 de M par rapport à l'axe (BC), le symétrique M_3 de M par rapport à l'axe (AC). Tracer en couleur l'hexagone $AM_1BM_2CM_3$.
2. En utilisant des couleurs différentes, construire soigneusement l'image de cet hexagone par la rotation de centre A et d'angle 120 °, puis par la rotation de centre A et d'angle 240 °, le sens de rotation choisi étant le sens anti-horaire (le sens inverse des aiguilles d'une montre).

   Laisser les traits de construction apparents.

Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)

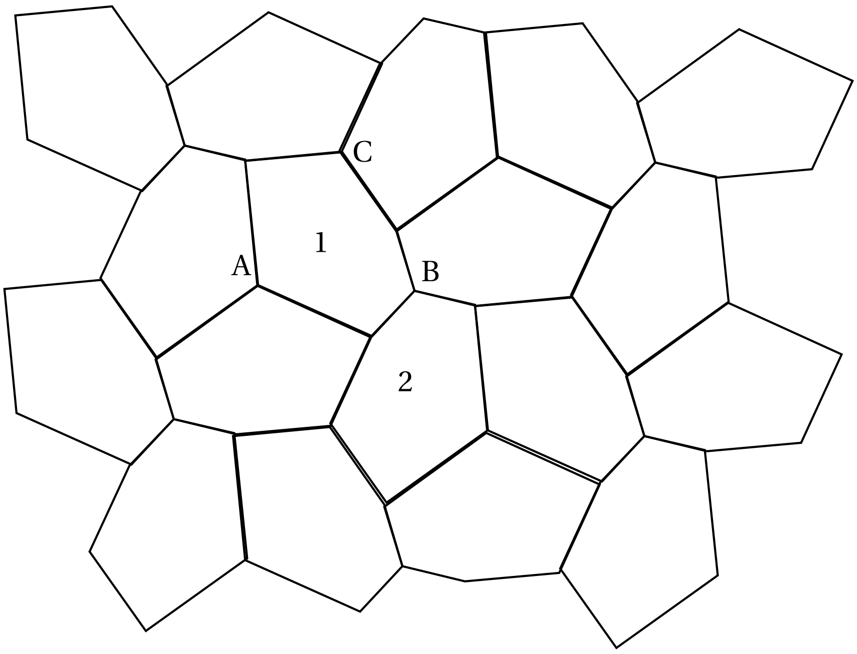
Partie A



Partie B

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$			$-0,016$		1,632	

Annexe 2 - Exercice 3 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3 (à rendre avec la copie)