BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2015

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

18 juin 2015

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS

Le sujet comporte 9 pages numérotées de 1 à 9.
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Les 4 annexes pages 6, 7, 8 et 9 sont à rendre avec la copie

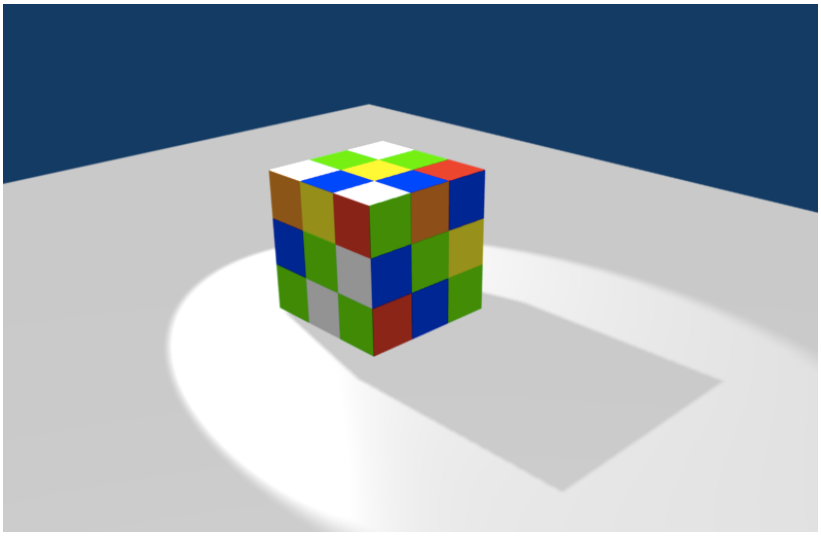
Durée de l'épreuve : 3 heures coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la règlementation en vigueur à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Exercice 1 *(6 points)*

Dans la vitrine d'un magasin de jouets est exposé un objet cubique (un *Rubik's cube*) éclairé par un spot (voir illustration ci-contre).



Partie A : représentation en perspective cavalière

On a commencé en annexe 1 la représentation de ce cube en perspective cavalière.
Le cube ABCDEFGH est posé sur une table sur sa face (ABCD).
La source lumineuse est assimilée à un point S situé à la verticale des sommets D et H.
Sur l'annexe 1, compléter le dessin du *Rubik's cube* (uniquement les faces visibles), puis construire son ombre portée.

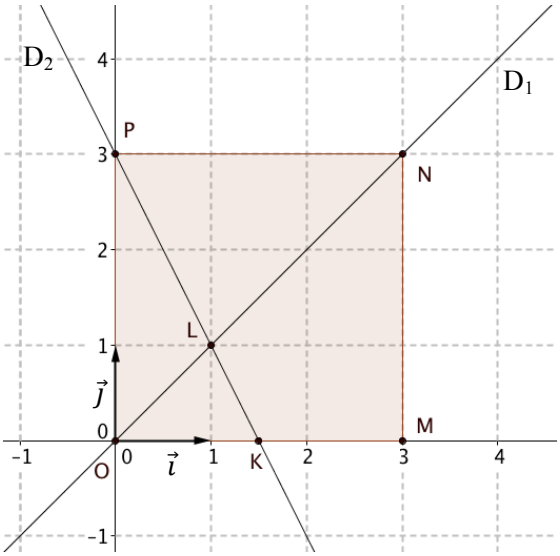
Partie B : représentation en perspective centrale

Questions préliminaires

On se place dans un repère orthonormé $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
On considère le carré OMNP.
Les points M, N et P ont les coordonnées suivantes :
M(3 ; 0), N(3 ; 3) et P(0 ; 3).

K est le milieu du segment [OM].
On désigne par D_1 et D_2 les droites (ON) et (KP).

On nomme L le point d'intersection de D_1 et D_2.



1) a) Vérifier que la droite D_1 a pour équation $y = x$.
   b) Vérifier que la droite D_2 a pour équation $y = -2x + 3$.

2) Déterminer les coordonnées du point L, intersection des droites D_1 et D_2.

Construction du jouet en perspective centrale

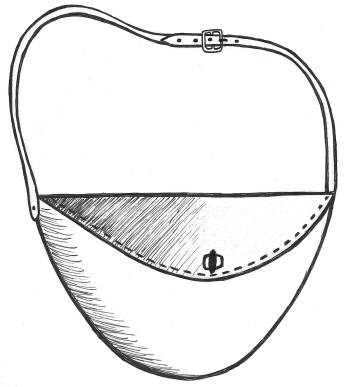
On donne en annexe 2 le début de la représentation du jouet en perspective centrale. La face (EFBA) est frontale. La ligne d'horizon est la droite (Δ).

3) Construire le point de fuite principal sur l'annexe 2.

4) Terminer sur l'annexe 2 le dessin du *Rubik's cube* en perspective centrale (uniquement les faces apparentes) en laissant les traits de construction apparents.

   On pourra utiliser le résultat géométrique obtenu dans la partie préliminaire.

Exercice 2 *(8 points)*



Il s'agit de réaliser le patron d'un sac à main en cuir constitué de deux pièces identiques (avant et arrière, notées *P*), cousues entre elles pour former une poche, et d'un rabat (noté *R*), dans le style du sac présenté ci-contre (dessin au trait).

Partie A : étude du patron de la pièce *P*

Dans un repère $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, représenté sur l'annexe 3, on considère que les points O et B ont pour coordonnées O(0 ; 0) et B(7,95 ; 0).
Le patron de la pièce *P* du sac est défini sur sa partie supérieure par un segment [OB], et sur sa partie inférieure par une demi-ellipse ε de petit axe [OB].

1) Calculer les coordonnées du point Ω, centre de l'ellipse, et calculer la longueur OΩ.
2) En déduire l'équation cartésienne de l'ellipse ε sachant que le point C de coordonnées C (3,975 ; -5) est un sommet de cette ellipse.

Partie B : étude du patron de la pièce *R*

On considère le point D de coordonnées D(6,5 ; -1,69).
Soit f la fonction définie sur [0 ; 6,5] par :

$$f(x) = 0{,}04\,x^3 - 0{,}3\,x^2.$$

On note C_f sa courbe représentative et f' sa fonction dérivée.
On modélise le bord du rabat par la courbe C_f et par les segment [BD] et [OB].

1) Le point O appartient-il à C_f ? Justifier la réponse par le calcul.
2) Calculer $f(6{,}5)$. Que peut-on en déduire ?

3) Calculer le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse 0. Interpréter graphiquement ce résultat.

4) Dresser le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 6,5], puis le tableau de variations de f sur cet intervalle.

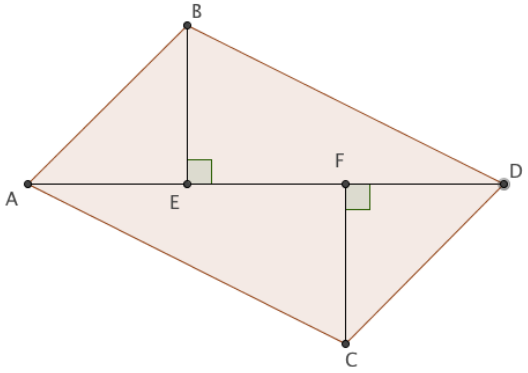
5) Remplir le tableau de valeurs de l'annexe 3, en arrondissant les valeurs numériques au centième. Tracer la courbe représentative C_f dans le repère de l'annexe 3, ainsi que les segments [BD] et [OB], pour compléter le tracé du patron du rabat.

6) Déterminer par le calcul la valeur exacte du coefficient directeur de la tangente à C_f au point D.

7) Déterminer par le calcul la valeur arrondie au millième du coefficient directeur de la droite (BD). Interpréter graphiquement ces deux derniers résultats.

Exercice 3 *(6 points)*

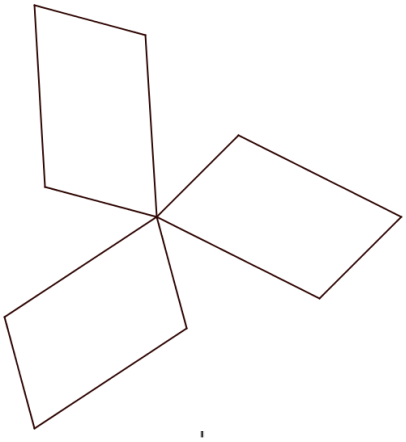
Les parties A et B sont indépendantes.



Partie A : motif *Hélice*

On considère le parallélogramme ABDC ci-contre.
On sait que AE = EF = FD = EB = FC.
Les droites (BE) et (FC) sont perpendiculaires à (AD).

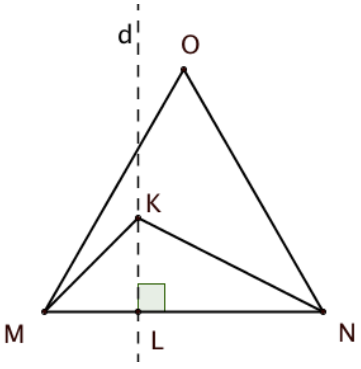
1) On considère le motif *hélice* ci-contre. Sachant que les trois sommets de cette hélice forment un triangle équilatéral, par quelles transformations peut-on obtenir ce motif à partir du parallélogramme précédent ?



2) Par quelles transformations obtient-on le décor présenté en annexe 4 à partir du motif *hélice* ? On pourra placer et nommer sur l'annexe 4 des points pour définir précisément ces transformations.

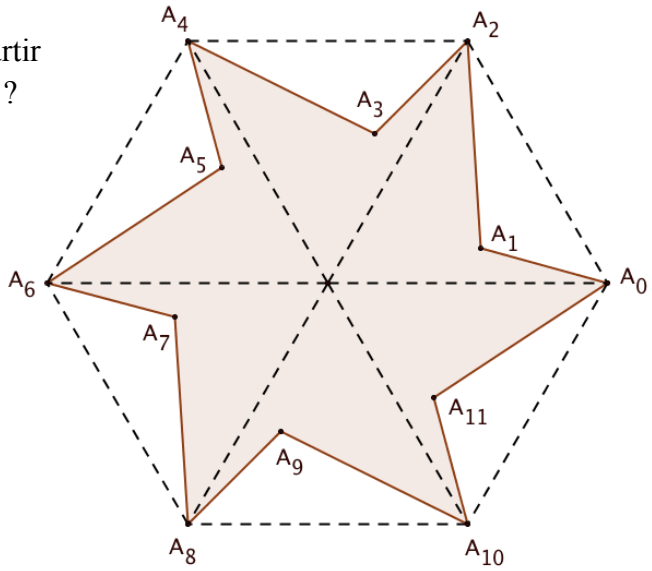
Partie B : motif *Étoile*

On considère un triangle équilatéral MNO (voir figure ci-contre). Soit L le point du segment [MN] tel que ML = $\frac{1}{3}$MN. On considère la droite (d) perpendiculaire au segment [MN] en L. Soit K le point situé sur (d), à l'intérieur du triangle MNO, et tel que LK = ML.



1) On considère le polygone $P = A_0A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8A_9A_{10}A_{11}$ ci-dessous, correspondant au motif *étoile*. Tous les triangles en pointillés sont identiques.

Comment construire ce polygone P à partir du triangle MNK défini précédemment ?

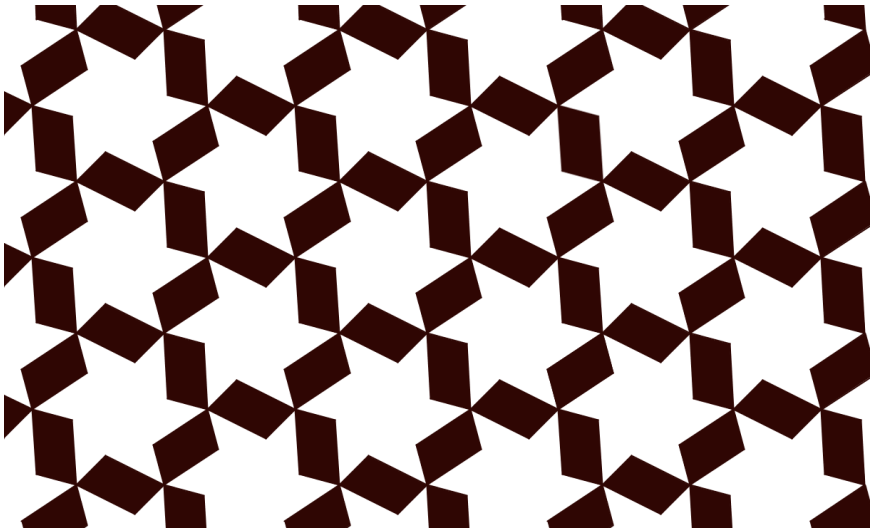


2) Quelle est la nature du polygone $H = A_0A_2A_4A_6A_8A_{10}$?
Justifier la réponse.

3) On suppose que le segment $[A_0A_2]$ mesure 3 centimètres.
Déterminer l'aire du polygone P.

Partie C : pavage

Un carreleur veut obtenir le résultat suivant :



1) 1er cas : Il peut uniquement disposer de carreaux monochromes, de la forme qu'il souhaite. Peut-il réaliser ce pavage en utilisant ensemble des carreaux blancs tous identiques et des carreaux noirs tous identiques ? Si oui, préciser la forme et la couleur des carreaux nécessaires.

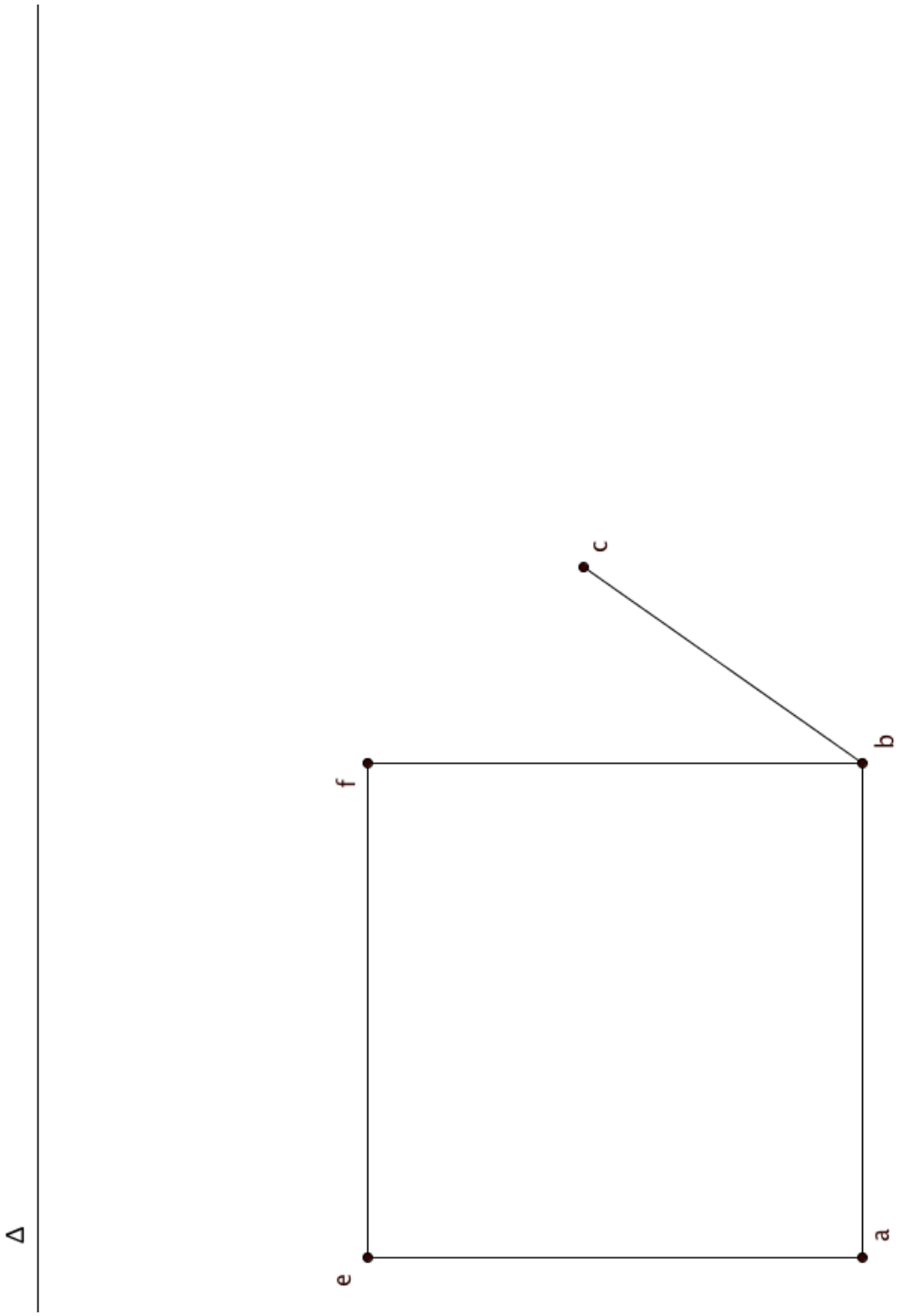
2) 2ème cas : Il peut uniquement disposer d'une seule sorte de carreaux bicolores, blancs et noirs, tous identiques. Est-il possible d'obtenir le résultat souhaité ? Si oui, tracer sur la copie un carreau qui convient et le colorier. Quelles transformations doit-on alors appliquer pour obtenir le pavage à partir de ce carreau ?

Annexe 1, à rendre avec la copie

Représentation du Rubik's cube et de son ombre portée en perspective cavalière

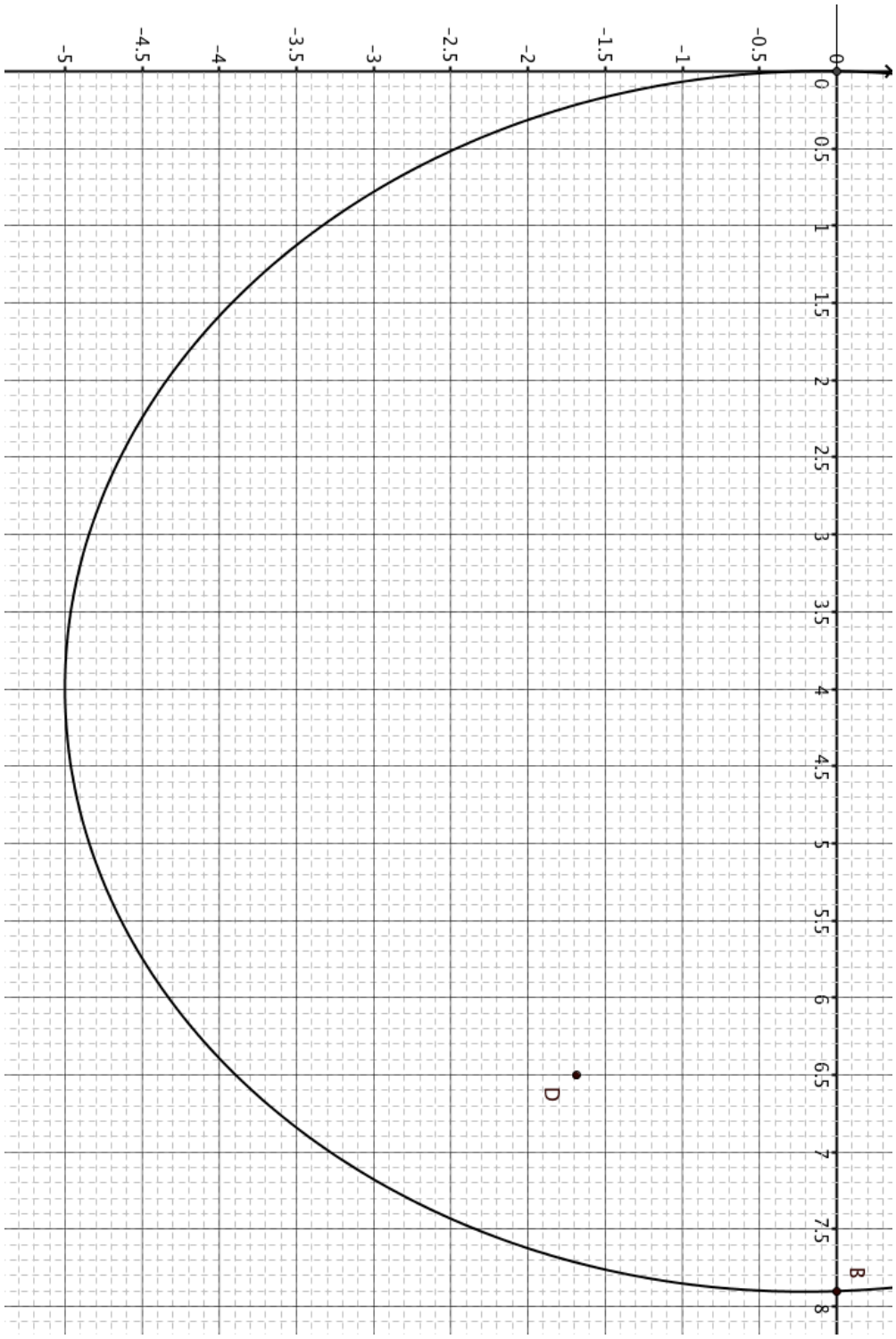
Annexe 2, à rendre avec la copie

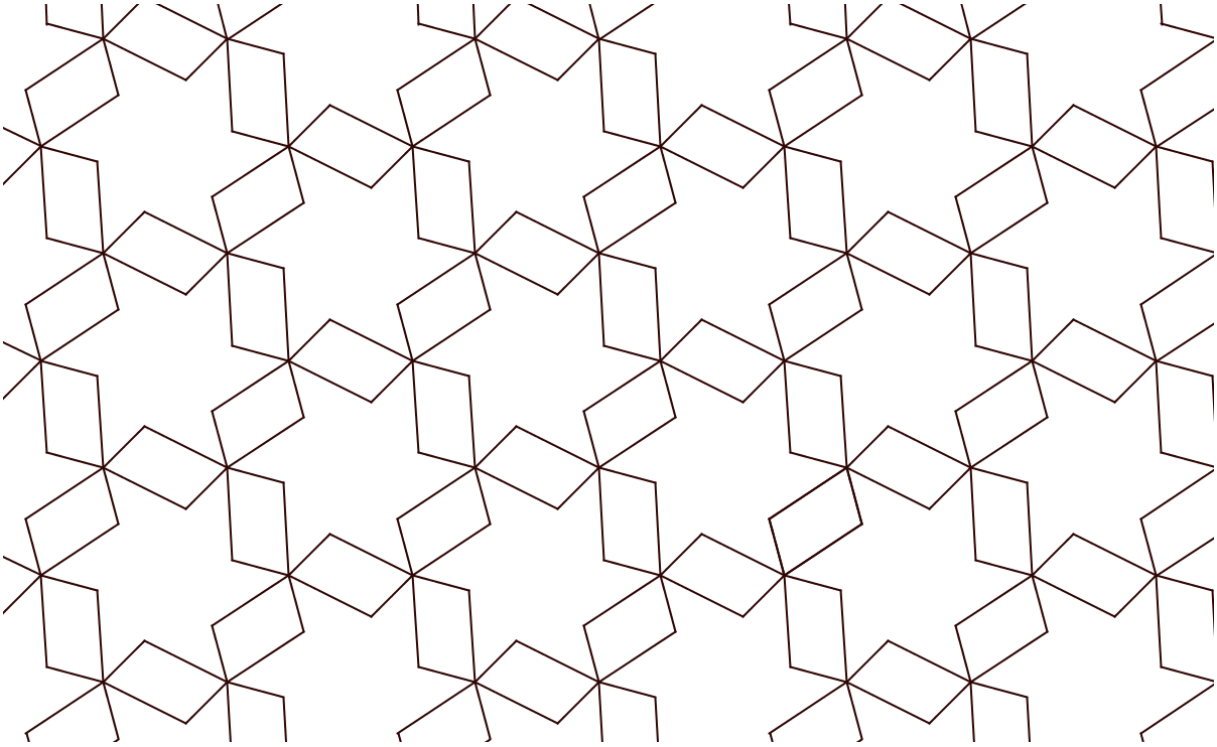
Représentation du Rubik's cube en perspective centrale



Annexe 3, à rendre avec la copie

Tracé du patron du rabat



x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5
$f(x)$														

Annexe 4, à rendre avec la copie