

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2017

Série STD2A

Sciences et Technologies du Design et des Arts Appliqués

MATHÉMATIQUES

ÉPREUVE DU VENDREDI 16 JUIN 2017

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures

COEFFICIENT : 2

**Le sujet comporte 9 pages numérotées de 1/9 à 9/9
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

Les 3 annexes en pages 7, 8 et 9 sont à rendre avec la copie.

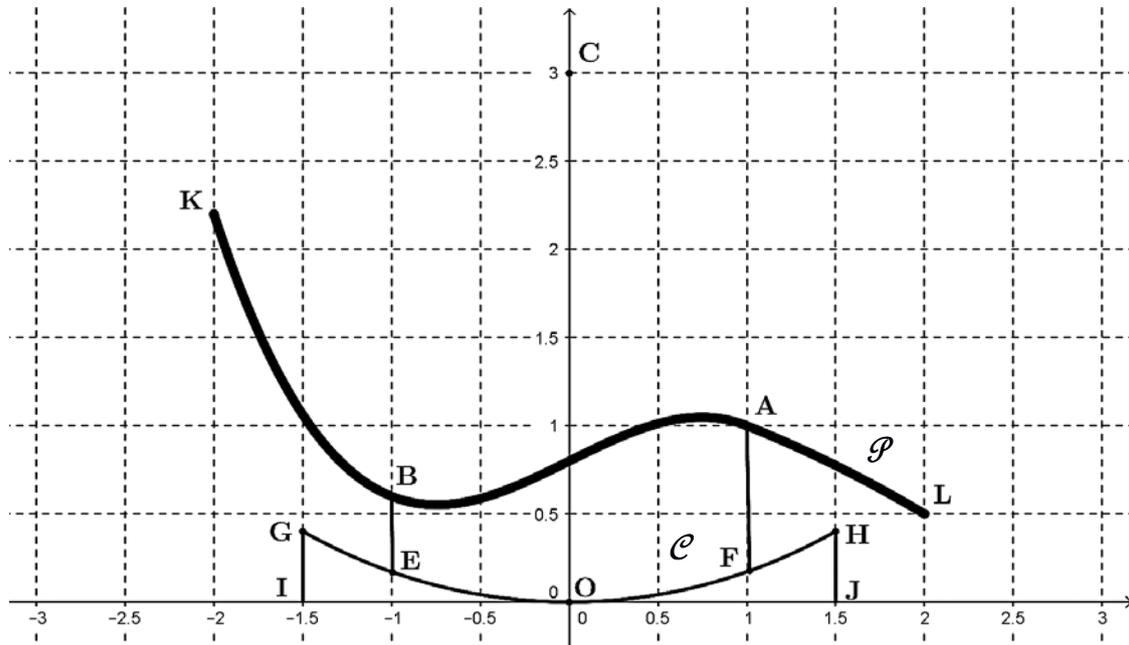
Le candidat doit traiter les 3 exercices.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la réglementation en vigueur (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999).

EXERCICE 1 (9 points)

Une équipe de designers revisite le célèbre fauteuil LC4 de Le Corbusier. La figure ci-dessous montre une représentation dans un repère orthonormal du profil de ce fauteuil. Une unité vaut 40 cm. On définit les points $O(0 ; 0)$, $A(1 ; 1)$, $C(0 ; 3)$, $I(-1,5 ; 0)$, $J(1,5 ; 0)$ et $K(-2 ; 2,2)$.



On appelle **assise** du fauteuil l'arc reliant les points K et A.

On appelle \mathcal{C} le cercle de centre C passant par O.

On appelle **socle** du fauteuil la partie composée de l'arc du cercle \mathcal{C} reliant G à H et des segments $[GI]$ et $[HJ]$ qui sont perpendiculaires au sol.

L'assise est fixée au socle par des montants représentés par les segments $[BE]$ et $[AF]$ qui sont perpendiculaires au sol. Le sol est représenté par l'axe des abscisses du repère.

On appelle **repose-pieds** du fauteuil l'arc \mathcal{P} reliant les points A et L.

L'assise étant au-dessus du socle, l'ordonnée du point H est inférieure à celle du point A.

Partie A : Étude du socle

1. Donner une équation cartésienne de \mathcal{C} .
2. En déduire l'ordonnée du point H puis la longueur HJ en cm.
3. a. En déduire les coordonnées du point G.
b. Construire le profil du socle sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.

Partie B : Étude de l'assise

L'assise du fauteuil est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 1]$ par :

$$f(x) = -0,3x^3 + 0,5x + 0,8.$$

On note \mathcal{F} sa courbe représentative.

1. Compléter le tableau de valeurs de **l'annexe 1 à rendre avec la copie**.
On arrondira les résultats au dixième.
2. Placer les points correspondants dans le repère de **l'annexe 1 à rendre avec la copie** et esquisser l'allure de la courbe \mathcal{F} .
3. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
4. Vérifier que $f'(1) = -\frac{2}{5}$. Tracer la tangente à la courbe \mathcal{F} en A.
5. a. Démontrer que $f'(x) = 0$ si et seulement si $x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ ou $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.
b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2 ; 1]$.
c. Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-2 ; 1]$.

Partie C : Étude du repose-pieds

Le repose-pieds \mathcal{P} est modélisé par une fonction polynôme du second degré g définie sur l'intervalle $[1 ; 2]$ par $g(x) = ax^2 + bx + c$. Dans cette partie, on cherche les valeurs des paramètres a , b et c pour que la courbe représentative de la fonction g respecte les trois contraintes suivantes :

- A(1 ; 1) appartient à \mathcal{P} ;
- L(2 ; 0,5) appartient à \mathcal{P} ;
- le raccord avec l'assise, au point A, est *lisse*, c'est-à-dire que $f'(1) = g'(1)$.

1. Traduire la troisième condition en termes de tangentes aux courbes \mathcal{F} et \mathcal{P} .
2. Expliquer pourquoi les trois nombres a , b et c sont les solutions du système suivant :

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0,5 \\ 2a + b = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

3. Vérifier que le système précédent équivaut à :

$$\begin{cases} c = 1 - a - b \\ 3a + b = -0,5 \\ 2a + b = -0,4 \end{cases}$$

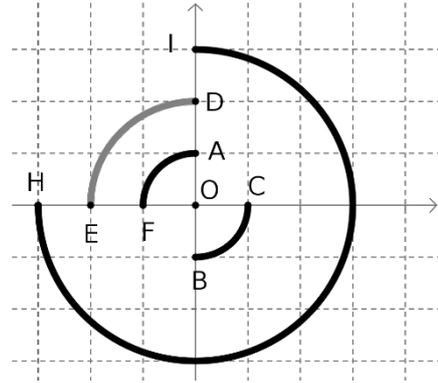
4. Résoudre ce second système.
5. On admet que $g(x) = -0,1x^2 - 0,2x + 1,3$.
Tracer l'arc de parabole \mathcal{P} dans la figure de **l'annexe 1 à rendre avec la copie**.

EXERCICE 2 (5 points)

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

1. ABC est un triangle tel que $AB = 5$ cm, $BC = 9$ cm, $CA = 7$ cm.
Déterminer la mesure de l'angle \widehat{BAC} . *On arrondira le résultat au degré.*
2. Déterminer la valeur de I tel que $10 \log \left(\frac{I}{10^{-7}} \right) = 20$.

3. La figure ci-contre représente un logo composé de quatre arcs de cercles concentriques, de centre le point O qui est l'origine du repère orthonormal du plan (O, C, A).
On rappelle que le sens de rotation positif est le sens contraire des aiguilles d'une montre.



- a. L'arc reliant les points B et C admet pour représentation paramétrique.

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) \\ y(t) = \sin(t) \end{cases}, t \in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right].$$

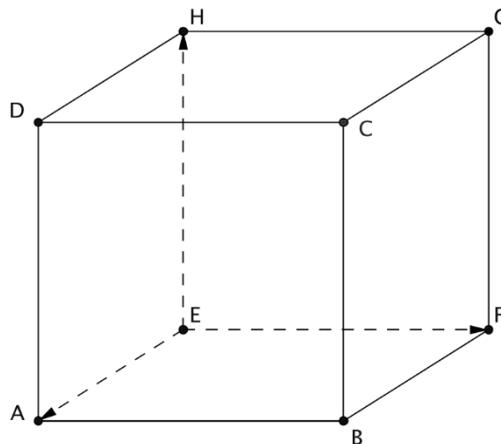
À l'aide d'une lecture graphique, donner une représentation paramétrique de l'arc de cercle reliant les points D et E.

- b. Dans un autre projet de logo, seul le plus grand arc de cercle est conservé, les trois autres arcs de cercle sont remplacés par une ellipse passant par le point E et dont le petit axe est $[AB]$.

L'équation $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ est-elle une équation cartésienne de cette ellipse ?
Justifier la réponse.

4. Dans la figure ci-contre, ABCDEFGH est un cube et $(E; \overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EH})$ est un repère orthonormal de l'espace.

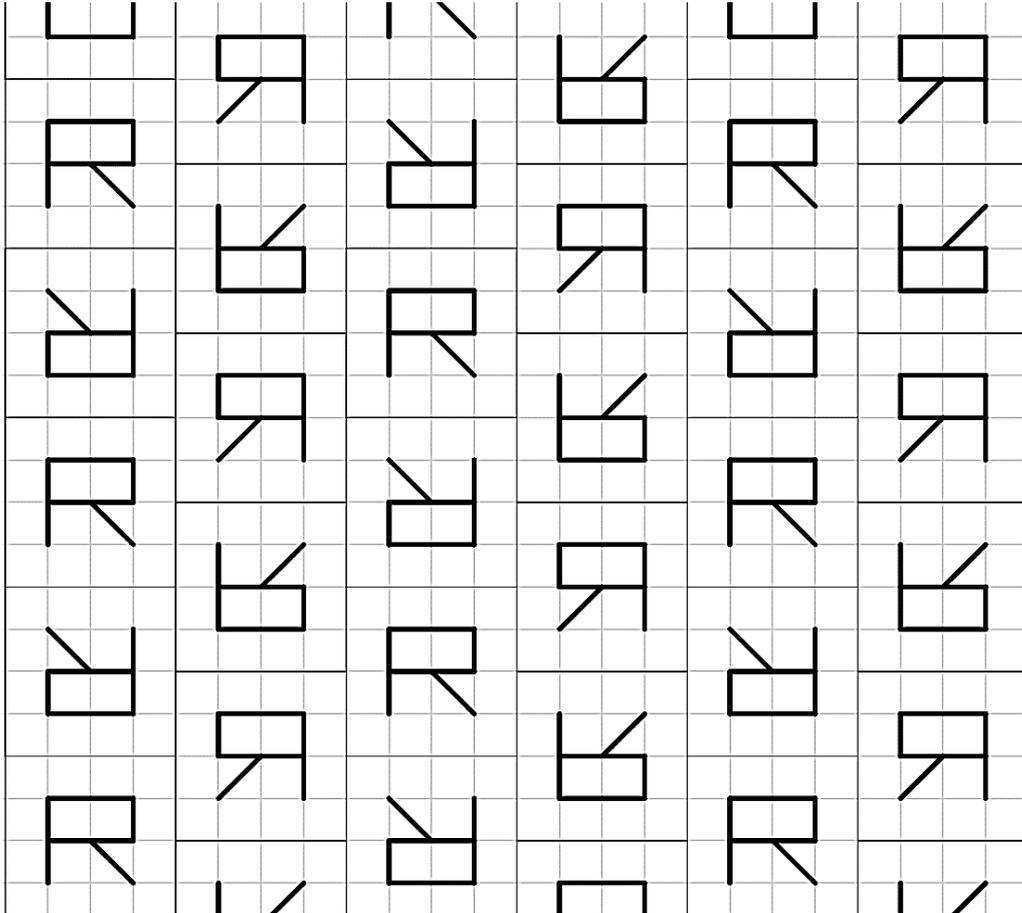
Les vecteurs \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{DE} sont-ils orthogonaux ? Justifier.



EXERCICE 3 (6 points)

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : Un pavage



La figure ci-dessus montre un pavage obtenu à partir d'un « carreau » constitué d'un carré sur lequel est représenté un « R » stylisé. Ce « carreau » est grisé sur l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

1. Réalisation du pavage

Le pavage peut être réalisé en traduisant un « motif élémentaire » par répétition de deux translations. Sur l'**annexe 2 à rendre avec la copie**, repasser en couleur le contour d'un « motif élémentaire » et représenter les vecteurs définissant ces translations.

2. Étude du pavage

- a. Par quelle transformation du plan passe-t-on du « carreau » numéroté 1 au « carreau » numéroté 2 ?

*On ajoutera les éléments permettant de définir cette transformation sur le pavage de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.*

- b. Par quelle transformation du plan passe-t-on du « carreau » numéroté 1 au « carreau » numéroté 3 ?

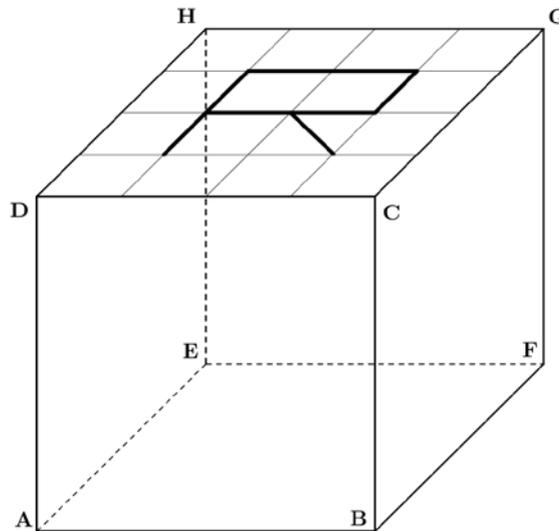
*On ajoutera sur le pavage de l'**annexe 2 à rendre avec la copie** les éléments permettant de définir cette transformation.*

- c. On passe du « carreau » numéroté 4 au « carreau » numéroté 5 en appliquant successivement deux transformations. Quelles sont ces transformations ?

*On ajoutera sur le pavage de l'**annexe 2 à rendre avec la copie** les éléments permettant de définir ces transformations.*

Partie B : Modèle en perspective

On souhaite paver une cour afin de réaliser un pavage identique à celui représenté dans la **partie A**. On fabrique dans ce but des pavés cubiques identiques au pavé ABCDEFGH représenté ci-dessous en perspective parallèle. Un motif représentant un « R » stylisé est inscrit dans la face carrée supérieure de chacun de ces pavés comme cela est représenté ci-dessous.



Dans l'**annexe 3 à rendre avec la copie**, on a commencé à représenter en perspective centrale le pavé représenté ci-dessus en perspective parallèle. Les points $a, b, c \dots$ représentent respectivement les points A, B, C...

On complètera au fur et à mesure la représentation du pavé sur l'annexe 3 à rendre avec la copie. On laissera apparents les traits de construction.

1. La face ABCD se situe dans un plan frontal.
Construire le point e en justifiant la construction.
2. Dans la représentation en perspective parallèle, les droites (BF) et (CG) sont parallèles. Dans la représentation en perspective centrale, les droites (bf) et (cg) ne le sont pas. Pourquoi et où se coupent-elles ?
3. Représenter le cube $abcdefgh$.
4. Construire le point m , image du centre de la face supérieure CDHG du cube.
En déduire le quadrillage de la face supérieure CDHG du cube.
5. Terminer la représentation du pavé en perspective centrale. On repassera le motif « R » stylisé en couleur.

Annexe 1 à rendre avec la copie

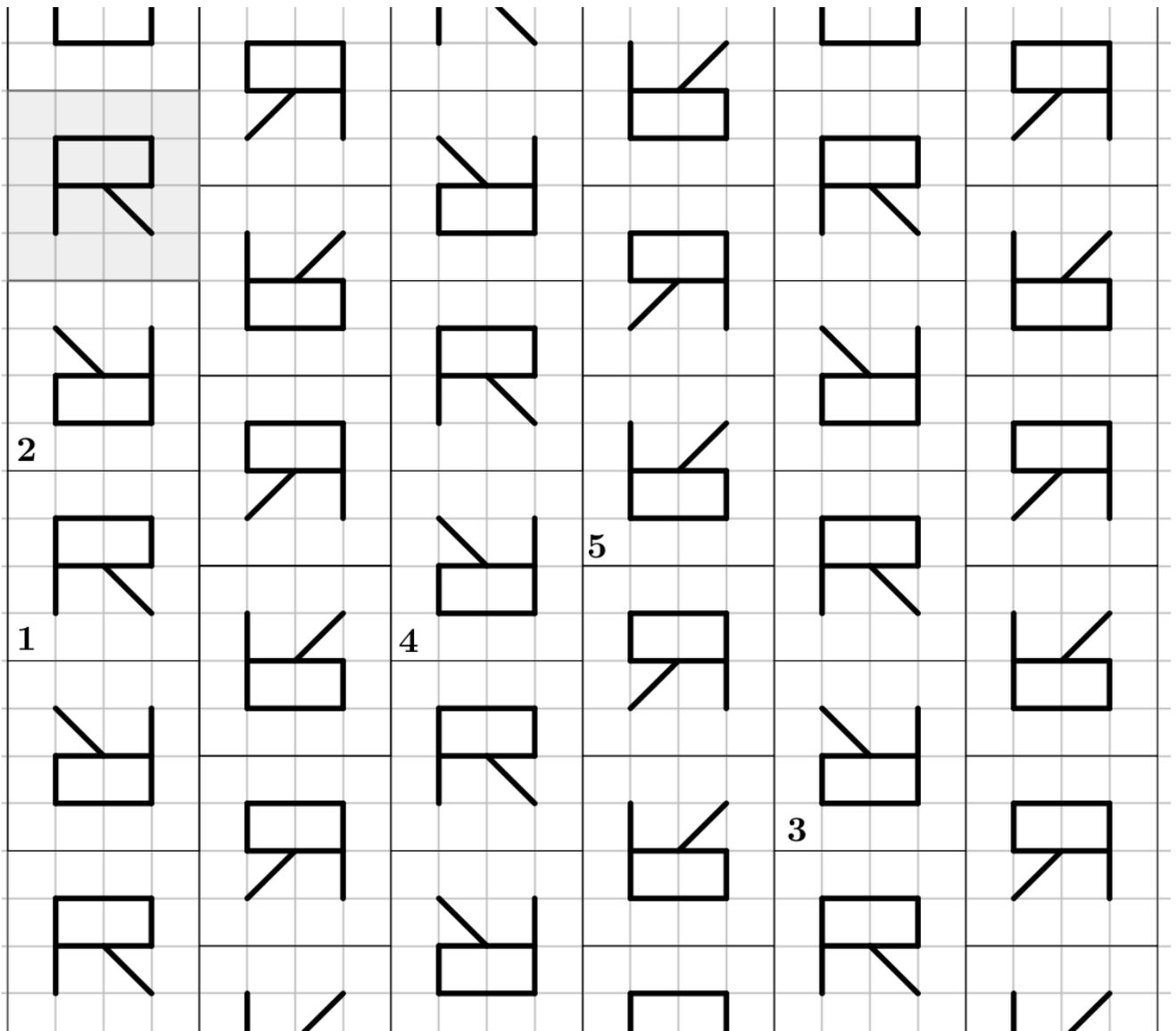
EXERCICE 1

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
$f(x)$							



Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 – Partie A



Annexe 3 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 – Partie B

ligne d'horizon

$\times f$

$a \times$

$\times b$