Baccalauréat Métropole 12 septembre 2013
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **5 points**

Questionnaire à choix multiples : *pour chaque question une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point, une réponse inexacte ou l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point.*

On inscrira sur la copie la référence de la question et la lettre de la réponse choisie.

1. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on considère l'ellipse d'équation cartésienne :

$$\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(Y+1)^2}{16}=1.$$

Alors les coordonnées du centre de cette ellipse sont :

a. (9 ; 16) **b.** (3 ; 4) **c.** (2 ; -1) **d.** (2 ; 1).

2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal, on considère les deux vecteurs suivants, définis par leurs coordonnées $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$.

Alors le produit scalaire $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ est :

a. le vecteur $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}2\\-1\\-6\end{pmatrix}$ **b.** Le nombre -5

c. Le nombre -2 **d.** Le vecteur $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}-2\\1\\6\end{pmatrix}$

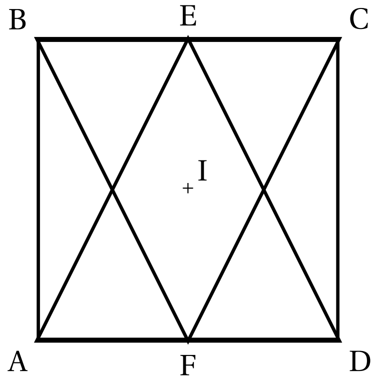
3. L'équation $x^{0,2}=4$ a pour solution dans l'ensemble $]0\,;\,+\infty[$

a. le nombre $4^{-0,2}$ **b.** le nombre 4^2 **c.** le nombre 4^5 **d.** le nombre 4^{-5}

4. x est un nombre réel strictement positif. Alors $\log(100x)$ est égal à :

a. $100\log x$ **b.** $2+\log x$ **c.** $2\log(x)$ **d.** x^{100}

5. La figure suivante est composée d'un carré ABCD de centre I, du triangle AED où E est le milieu de [BC] et du triangle BFC où F est le milieu de [AD].



La droite (d) est la médiatrice de [AB]. Alors cette figure est invariante par :

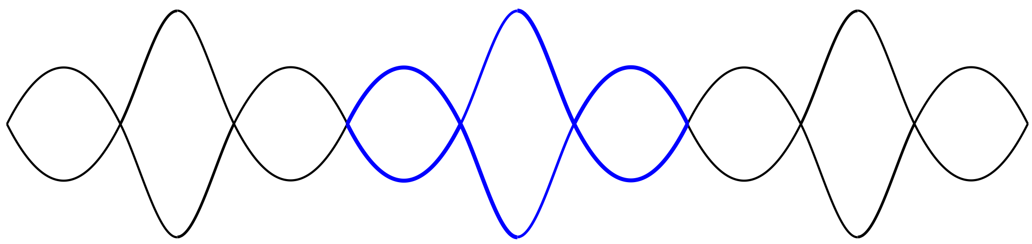
a. la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{BE}}$ et la symétrie axiale par rapport à (EF).

b. la rotation de centre I et d'angle + 90 °et la symétrie axiale par rapport à (d).

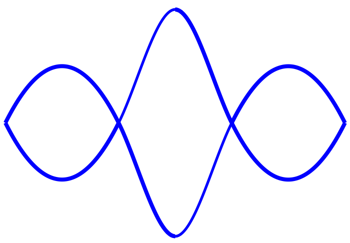
c. les symétries axiales par rapport à (d) puis par rapport à (EF).

EXERCICE 2 **9 points**

Le but de cet exercice est de donner une construction à l'aide d'outils mathématiques de la frise suivante :



Dans tout l'exercice, on appellera « motif » la figure suivante :



Partie A :

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée sur le graphique 1 de l'annexe est la représentation graphique d'une fonction f définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;2]$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$; nous allons déterminer les trois nombres a, b et c.
On précise que cette courbe passe par les points O$(0\,;0)$, A$(1\,;1)$ et B$(2\,;0)$.

1. a. En utilisant la situation de la fonction f relative au point O, montrer que $c = 0$.

b. Montrer ensuite que les deux nombres a et b sont solutions du système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 4a+2b & = & 0\\ a+b & = & 1\end{array}\right.$$

2. Calculer a et b.

Partie B :

On considère par la suite la fonction f définie sur $[0\,;\,2]$ par $f(x) = -x^2 + 2x$.

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour tout nombre réel x.

2. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point B ; tracer cette tangente sur la courbe du graphique 1 donnée en annexe.

Partie C :

Soit g la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[2\,;\,3]$ par :

$$g(x) = 2x^3 - 14x^2 + 30x - 20$$

et $\mathcal{C}_g$ sa représentation graphique.

1. Calculer $g(2)$; en déduire que la courbe $\mathcal{C}_g$ passe par le point B.

2. On note g' la fonction dérivée de la fonction g. Déterminer l'expression de $g'(x)$ pour tout nombre réel x.

3. Calculer $g'(2)$; en déduire que les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ admettent la même tangente au point B.

4. Calculer $g(3)$ et $g'(3)$; quelle est la particularité de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ en son point C d'abscisse 3 ?
Placer le point C et cette tangente.

Partie D :

1. Déterminer le signe de g' sur l'intervalle $[2\,;\,3]$. En déduire le tableau de variations de g sur ce même intervalle.

2. Tracer une représentation graphique de la fonction g sur l'intervalle $[2\,;\,3]$ sur le graphique 1 de l'annexe 1.

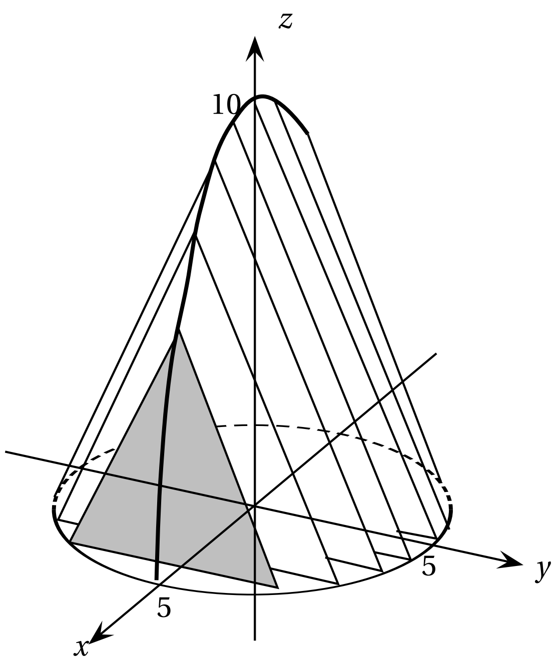
3. Indiquer par quelles transformations du plan on peut maintenant obtenir le motif dessiné en préambule. Construire ce motif sur l'annexe 1.

4. Par quelle(s) transformation(s) peut-on obtenir la frise à partir du motif tracé ?

5. En utilisant des points judicieusement choisis, tracer une allure de la frise ainsi obtenue sur le graphique 2 de l'annexe.

EXERCICE 3 **6 points**

Un designer a conçu pour un stand d'exposition une structure représentée sur le dessin ci-contre (le repère est orthonormal, l'unité est le décimètre).



1. La base de cette structure est le cercle C de centre O et de rayon 5 contenu dans le plan $(x\text{O}y)$.

a. Donner une équation cartésienne de C.

b. Donner une représentation paramétrique de C.

2. L'arête supérieure est la moitié d'une ellipse E contenue dans le plan $(x\text{O}z)$.

a. Donner une équation cartésienne de E.

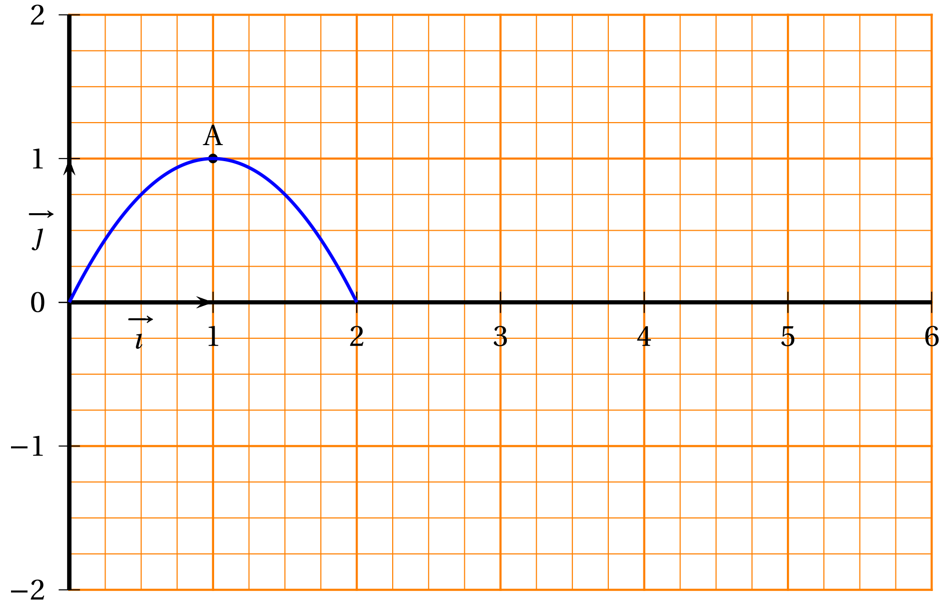
b. Donner une représentation paramétrique de E.

3. Cette structure sera rigidifiée par des triangles parallèles au plan $(y\text{O}z)$, situés tous les 10 cm.

Calculer la base et la hauteur du triangle situé dans le plan d'équation $x = 2$.

ANNEXE 1 : (à remettre avec votre copie)

Graphique 1



Graphique 2