Baccalauréat Nouvelle Calédonie 26 novembre 2019
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

L'annexe 1, est à rendre avec la copie. L'annexe 2, est à rendre avec la copie.

Le candidat doit traiter les trois exercices.
Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

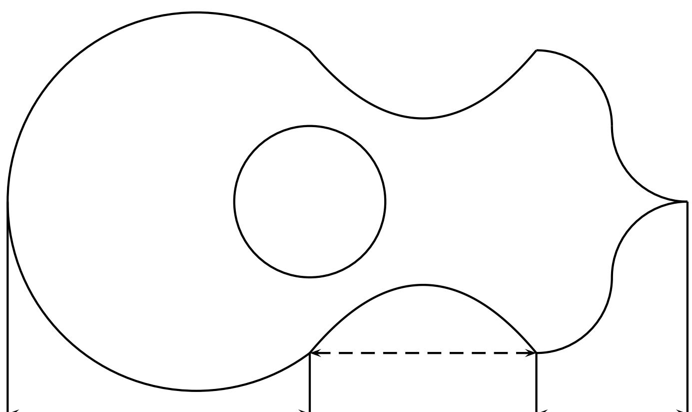
EXERCICE 1 **8 points**

Un luthier doit créer une guitare pour un client.
Celui-ci lui a demandé de s'inspirer de celle de Victorin Drassegg (1835) ci-contre.

Pour la caisse de la guitare, après plusieurs essais, il obtient la forme ci-dessous. Il souhaite la modéliser afin de la reproduire avec précision.
La caisse obtenue est composée, comme le montre le schéma ci-dessous, de 3 parties :

- la partie « ronde »,
- la partie « creuse » et
- la partie « en S ».

Le cercle au centre de la caisse représente la « rosace » de la guitare.



Partie A : étude de la partie « ronde »

Afin de représenter la modélisation cette caisse de guitare, on considère le repère orthonormé (O, I, J) de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.
On définit les points $A(0~;~-1)$, $B(0~;~3)$ et $K(-1,5~;~1)$.

1. Calculer la distance KB.
2. Déterminer une équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}_1$ de centre K passant par B.

3. Montrer que le point A appartient au cercle $\mathscr{C}_1$.
4. Tracer, sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, l'arc de cercle de centre K, d'extrémités A et B pour former la partie « ronde »de la caisse.
5. Soit le cercle $\mathscr{C}_2$ dont une équation cartésienne est $x^2 + (y-1)^2 = 1$.
   a. Donner les coordonnées de son centre F et son rayon.
   b. Tracer le cercle $\mathscr{C}_2$ sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**. À quoi correspond ce cercle pour la guitare ?

Partie B : étude de la partie « creuse »

La partie « creuse de la caisse » est modélisée par la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f reliant le point A de coordonnées $(0\,;\,-1)$, au point C de coordonnées $(3\,;\,-1)$.
Le but de cette partie est de déterminer et d'étudier la fonction f.

1. La fonction f est une fonction du second degré définie sur $[0\,;3]$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + e \text{ où } a, b \text{ et } e \text{ sont des nombres réels que l'on va déterminer.}$$

   a. Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée de f.
   b. Sachant que la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f passe par le point $\text{D}(1,5\,;\,-0,1)$ et qu'elle admet en ce point une tangente horizontale, justifier que les réels a, b et c vérifient le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl} c &=& -1\\ 2,25a+1,5b+c &=& -0,1\\ 3a+b \quad\quad &=& 0\end{array}\right.$$

   c. Résoudre ce système.
2. Dans la suite, on suppose que la fonction f est définie sur $[0\,;3]$ par :

$$f(x) = -0,4x^2 + 1,2x - 1.$$

   a. Dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;3]$.
   b. Compléter le tableau de valeurs de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.
   c. Sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, tracer :
      - la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de f
      - l'image de $\mathscr{C}_f$ par la symétrie d'axe (KJ)

Partie C : la partie « en S »

Soient les points $\text{G}(3\,;0)$ et $\text{E}(4\,;0)$.

1. On considère l'arc de cercle $\mathscr{C}_3$ de centre G allant de C à E (dans le sens antihoraire).
   Déterminer une représentation paramétrique de l'arc de cercle $\mathscr{C}_3$.
2. Sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, tracer l'arc de cercle $\mathscr{C}_3$ et son image $\mathscr{C}_4$ par la symétrie de centre E.
3. Terminer le tracé de la partie « en S ».

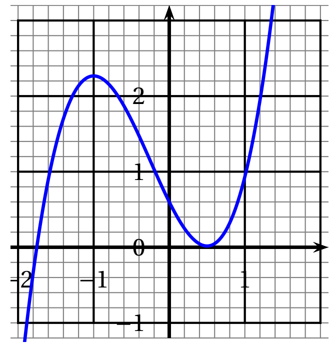
EXERCICE 2 **5 points**

Les cinq questions de cet exercice sont indépendantes.
Dans chaque question, vous devez écrire si l'affirmation énoncée est VRAIE ou FAUSSE, **en justifiant, dans tous les cas, votre réponse sur votre copie**.

1. On donne, ci-contre, la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{4}{3}x^3 + x^2 - 2x + \frac{3}{5}.$$

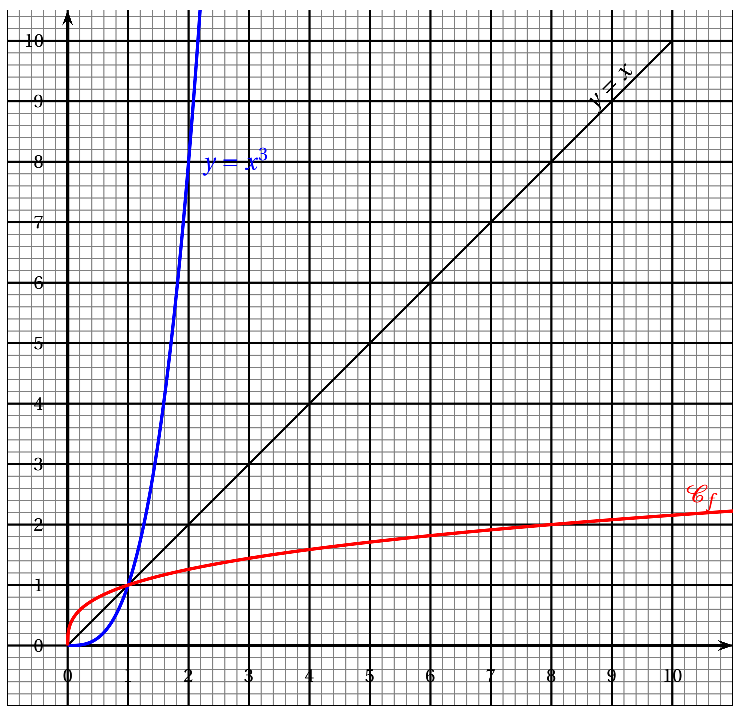
Affirmation 1 : La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale aux points d'abscisses -1 et $\frac{9}{20}$.



2. Sur un solide de l'espace, on considère deux arêtes parallèles d_1 et d_2. On représente ce solide en perspective centrale.

Affirmation 2 : Les images des arêtes d_1 et d_2 se coupent toujours en un point de la ligne d'horizon.

3. On a représenté ci-dessous les courbes de trois fonctions définies sur $[0~;~+\infty[$: celle de la fonction cube (d'équation $y = x^3$), celle de la fonction identité (d'équation $y = x$) et celle d'une fonction f inconnue

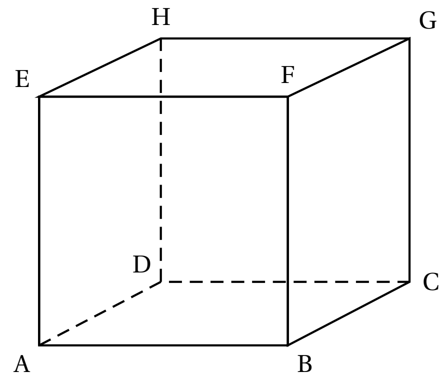


Affirmation 3 : l'expression de f est $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$.

4.

On considère le cube ABCDEFGH dessiné ci-contre et le repère $\left(\mathrm{D}~;~\overrightarrow{\mathrm{DA}},~\overrightarrow{\mathrm{DC}},~\overrightarrow{\mathrm{DH}}\right)$.

Affirmation 4 : Les droites (FD) et (EB) sont orthogonales.



5. En chimie, le pH d'une solution aqueuse de concentration en ions faible (ni trop acide, ni trop basique)est approximé à partir de la concentration en ions H_3O^+ grâce à la formule suivante :

$$p\mathrm{H} = -\log\left([\mathrm{H_3O^+}]\right)$$

où $[\mathrm{H_3O^+}]$ représente la concentration en ions H_3O^+

Affirmation 5 : Lorsque la concentration en ions H_3O^+ est multipliée par 10, alors le pH diminue de 1.

EXERCICE 3 **7 points**

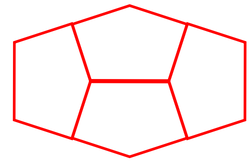
La partie C *est indépendante des parties* A *et* B.

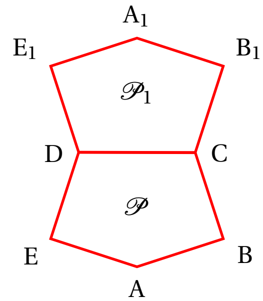
Partie A : Construction d'un pentagone

1. Tracer sur votre copie le pentagone décrit par l'algorithme de construction suivant :
   - Tracer un segment [AB] de longueur 4 cm;
   - Placer le point E, image de B par la rotation de centre A et d'angle 144° dans le sens anti-horaire;
   - Placer le point C, image de A par la rotation de centre B et d'angle 90° dans le sens horaire;
   - Placer le point D, image de A par la rotation de centre E et d'angle 90° dans le sens antihoraire;
   - Tracer le pentagone ABCDE.
2. **Étude du pentagone**
   a. Calculer la valeur exacte de la longueur AC.
   b. Calculer les angles $\widehat{\mathrm{CAD}}$ et $\widehat{\mathrm{ACD}}$.
   c. En déduire la mesure des angles $\widehat{\mathrm{BCD}}$ et $\widehat{\mathrm{CDE}}$.

Partie B : Un hexagone

À partir du pentagone précédent, on s'intéresse à la construction de l'hexagone ci-contre :



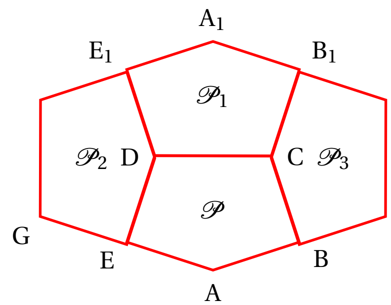


1. Soit $\mathscr{P}_1$ l'hexagone $A_1B_1CDE_1$ et $\mathscr{P}$ l'hexagone ABCDE représentés ci-contre.

a. $\mathscr{P}_1$ est l'image de $\mathscr{P}$ par une transformation de plan, laquelle ?
Préciser ses caractéristiques.

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{EDE_1}$? Justifier.

3. On considère la figure ci-dessous et la rotation $\mathscr{R}$ de centre E et d'angle 90°dans le sens antihoraire.



a. Quelle est l'image du point A par la rotation $\mathscr{R}$? Justifier.

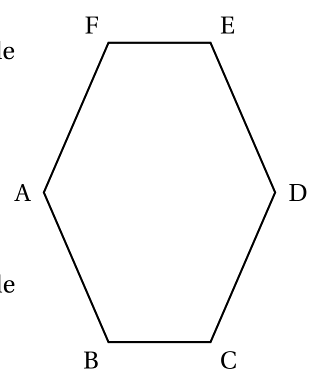
b. On considère G le symétrique de A par rapport à E. Justifier que G est l'image de D par la rotation $\mathscr{R}$.

c. De même justifier que l'image du point B par la rotation $\mathscr{R}$ est le point E_1, défini dans la question **B. 1**.

On admettra de même que $\mathscr{P}_2$ est l'image de $\mathscr{P}$ par la rotation $\mathscr{R}$.

4. Par quelle transformation passe-t-on de $\mathscr{P}_2$ à $\mathscr{P}_3$? Préciser les caractéristiques de cette transformation.

Partie C : Représentation en perspective centrale



L'objectif de cette partie est de représenter en perspective centrale l'hexagone ABCDEF construit à partir du pentagone.
On admet les propriétés suivantes de cet hexagone :

- Les droites (AF), (EB) et (DC) sont parallèles
- Les droites (AB), (FC) et (ED) sont parallèles
- Les droites (EF), (AD) et (BC) sont parallèles
- Le point I, milieu du segment [AD], est le centre de symétrie de l'hexagone.

Dans l'**annexe 2 à rendre avec la copie**, on a commencé à représenter en perspective centrale cet hexagone. La ligne d'horizon a été tracée.
On appelle a, b, c, ... les points images dans une perspective centrale des points A, B, C, ... de l'espace.
Le segment [BC] est dans un plan frontal.
Sur l'**annexe 2 à rendre avec la copie**, laisser les traits de construction apparents pour :

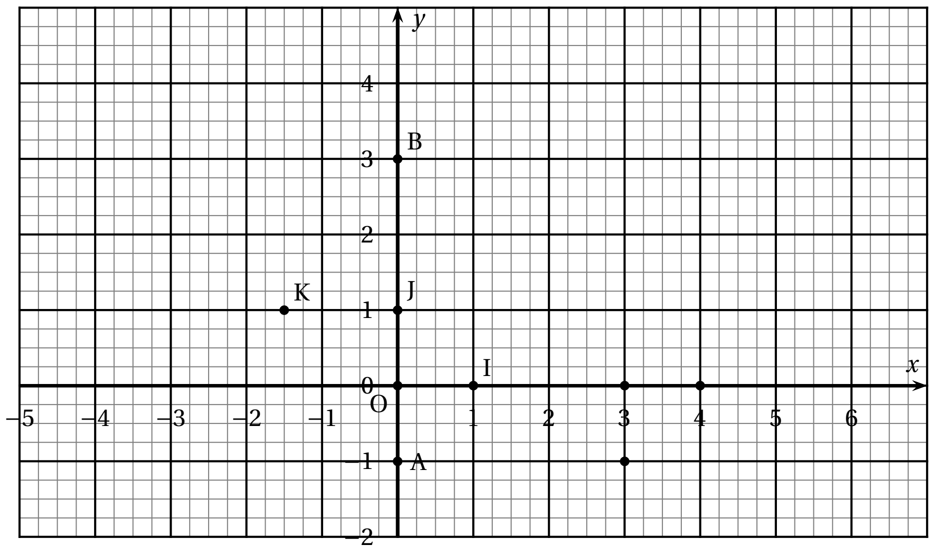
1. Placer le point image `i`.

2. Construire le point `d`, puis le point `e`.

3. Terminer la construction de la représentation en perspective centrale de l'hexagone.

Annexe 1 à rendre avec la copie

Exercice 1 - Parties A, B et C : Représentation de la guitare



Exercice 1 Partie B 2. b. :
Tableau de valeurs de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$							

Annexe 2 à rendre avec la copie

Exercice 3 - Partie C