BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2016

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS

Le sujet comporte neuf pages numérotées de 1 à 9.
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Les annexes (pages 7, 8 et 9) sont à rendre avec la copie.

Durée de l'épreuve : 3 heures | Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation des copies.

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

<u>EXERCICE 1</u> (*6 points*)

L'entreprise « CRUISE MARINE », spécialisée dans la construction navale, fait appel à une agence de communication pour avoir une nouvelle charte graphique.

L'agence propose le logo suivant :

L'objectif de cet exercice est d'étudier la construction de ce logo. On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ )$.

Partie A : Ellipse et cercle

On note $\mathscr{E}$ l'ellipse donnée dans l'annexe 1. Les points A(–4 ; –1), A'(6 ; –1), B(1 ; 1) et B'(1 ; –3) en sont les sommets, et on admet que $I\left(5\ ;\ \frac{1}{5}\right)$ est un point de cette ellipse.

1. Déterminer une équation cartésienne de $\mathscr{E}$.

2. Soit (d) la droite d'équation $x = 5$.

   Déterminer les coordonnées des points d'intersections entre $\mathscr{E}$ et (d).

3. On considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre C (5 ; –1) de rayon 0,5.

   a) Déterminer une équation cartésienne de $\mathscr{C}$.

   b) Construire $\mathscr{C}$ sur l'annexe 1.

Partie B : Courbes symétriques

On souhaite déterminer une équation de l'une des courbes intérieures du logo. On appelle C_f la courbe représentative de la fonction *f* définie sur l'intervalle [–4 ; 5] par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

1. La courbe C_f passe par l'origine O(0 ; 0) et en ce point la tangente est horizontale.
   a) Donner l'expression de $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction *f*.
   b) Traduire les deux contraintes précédentes par des égalités et en déduire que les réels *c* et *d* valent 0.

2. La courbe C_f passe par les points A(–4 ; –1) et I $\left(5 ; \frac{1}{5}\right)$.

   a) Traduire ces deux contraintes par des égalités et montrer que *a* et *b* sont solutions du système :

$$\begin{cases} -64a + 16b = -1 \\ 125a + 25b = \dfrac{1}{5} \end{cases}$$

   b) Vérifier que le couple $\left(\frac{47}{6000} ; -\frac{187}{6000}\right)$ est solution de ce système.

3. On admet que $f(x) = \frac{47}{6000}x^3 - \frac{187}{6000}x^2$.

   Étudier les variations de la fonction *f* sur l'intervalle [–4 ; 5], puis dresser le tableau de variations.
   On pourra indiquer, dans le tableau de variations, les valeurs arrondies à 10^{-2} près.

4. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (on arrondira les valeurs à 10^{-2} près).

x	–4	–3	–2	0	1	2	3	4	5
$f(x)$									

5. Tracer la courbe C_f dans l'annexe 1, ainsi que la courbe C' symétrique de la courbe C_f par rapport à la droite d'équation $y = -1$.

EXERCICE 2 (*8 points*)

Lors de la rénovation d'une gare ferroviaire, les architectes doivent corriger l'acoustique du hall afin de permettre aux voyageurs de mieux entendre les messages sonores et de réduire le niveau sonore dans les bureaux de contrôles qui se situent à l'étage. Ils décident de suspendre au-dessus du hall, un grand panneau formant un pavage.

Partie A : Choix du matériau qui compose le panneau

On appelle R l'indice d'affaiblissement d'une paroi exprimé en décibels (dB) et τ le facteur de transmission lié à la nature du matériau utilisé pour la paroi.

Ces grandeurs sont liées par la relation : $R = 10\times\log\left(\frac{1}{\tau}\right)$

1. Résoudre l'équation $10\times\log\left(\frac{1}{x}\right) = 30$.

2. Les architectes envisagent un affaiblissement d'environ 30 dB. Ils ont le choix entre deux matériaux : le premier à base de fibres de bois compressées a un facteur de transmission $\tau_1 = 0,0012$ et le second à base de polystyrène a un facteur de transmission $\tau_2 = 0,205$. Quel matériau vont-ils choisir ? Justifier la réponse.

Partie B : Module du panneau

Le panneau est assemblé grâce à des modules identiques qui doivent s'imbriquer afin de former un pavage.

1. Construction du module :

   a) Sur la copie, construire un parallélogramme ABCD tel que AB = 4 cm, AD = 3 cm et $\widehat{BAD} = 60°$.

   b) On considère le point E sur la demi-droite [AB) tel que AE = 7cm et le point F sur la demi-droite [CD) tel que CF = 7cm. I est le point du segment [AD] tel que AI = 1cm ; J est le point du segment [BC] tel que BJ = 1cm.
   Placer les points E, F, I et J.
   Le polygone AEJCFI *représente le module qui va servir au pavage.*

2. Calcul de l'aire du module :

   a) On appelle H le pied de la hauteur issue de J dans le triangle BEJ.

   Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{EBJ}$.

   En déduire la valeur exacte de HJ, puis de l'aire du triangle BEJ.

   b) On admet que, selon un raisonnement analogue, l'aire du triangle FDI vaut $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ et que celle du parallélogramme ABCD vaut $6\sqrt{3}$.

   Déterminer la valeur exacte de l'aire totale du polygone AEJCFI.

Partie C : Assemblage du panneau

L'objectif de cette partie est de construire un pavage à l'aide du module précédent.

1. Sur l'annexe 2, on a représenté deux modules.
   Par quelle(s) transformation(s) peut-on obtenir la figure 2 à partir de la figure 1 ? En préciser les caractéristiques.

2. a) Donner deux translations qui, appliquées successivement, permettent d'obtenir le pavage à partir de ces deux modules. Tracer un représentant de chacun de ces vecteurs sur l'annexe 2.

   b) Sur l'annexe 2, représenter l'image de ces deux modules par chacune des deux translations.

<u>EXERCICE 3</u> (*6 points*)

On a représenté ci-après le projet d'un nouveau concept pour les boutiques d'une grande marque informatique : la **figure 3** présente le projet en perspective parallèle, et la **figure 4** en vue de dessous. Il s'agit d'une arche en béton de forme parallélépipédique, sous laquelle se trouve un cube en panneaux de verre : ABCDEFGH et IJKLMNOP sont des cubes, et QRSTUVWX est un parallélépipède rectangle, car les parois verticales et le plafond de l'arche ont une épaisseur de 1 m. I et J sont les milieux respectifs des segments [AD] et [AB].

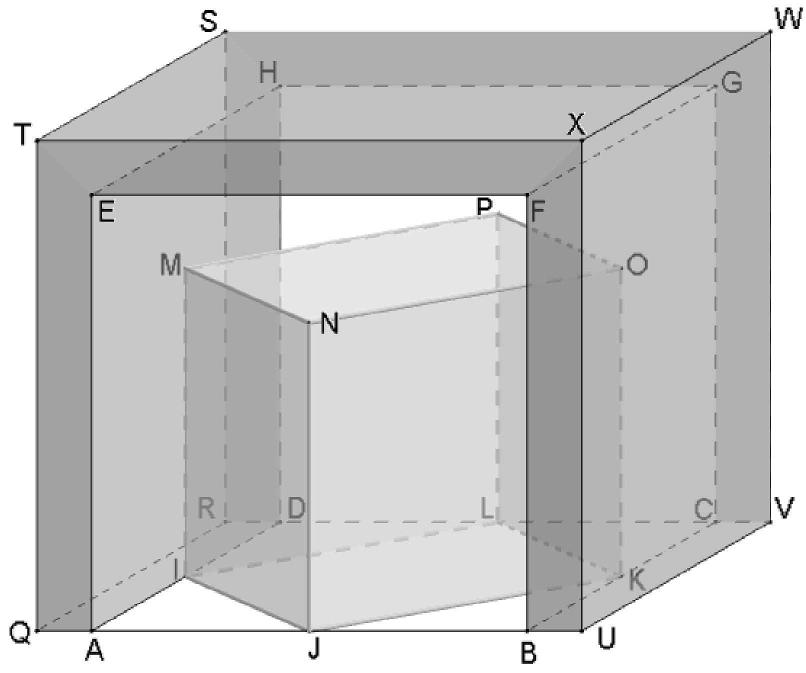


Figure 3

perspective cavalière

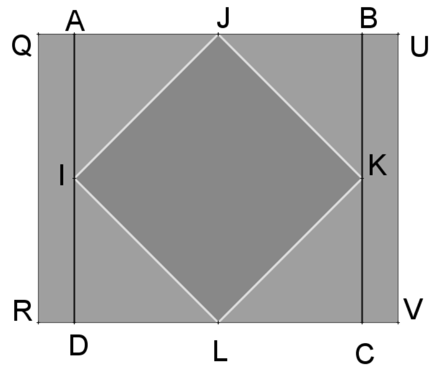


Figure 4

vue de dessous

1. On souhaite représenter ce projet en perspective centrale sur l'annexe 3. On appellera a, b, c, …, w les images des points A, B, C,…,W.

   a) Comment s'appelle le point d'intersection des droites (ts) et (xw) ?

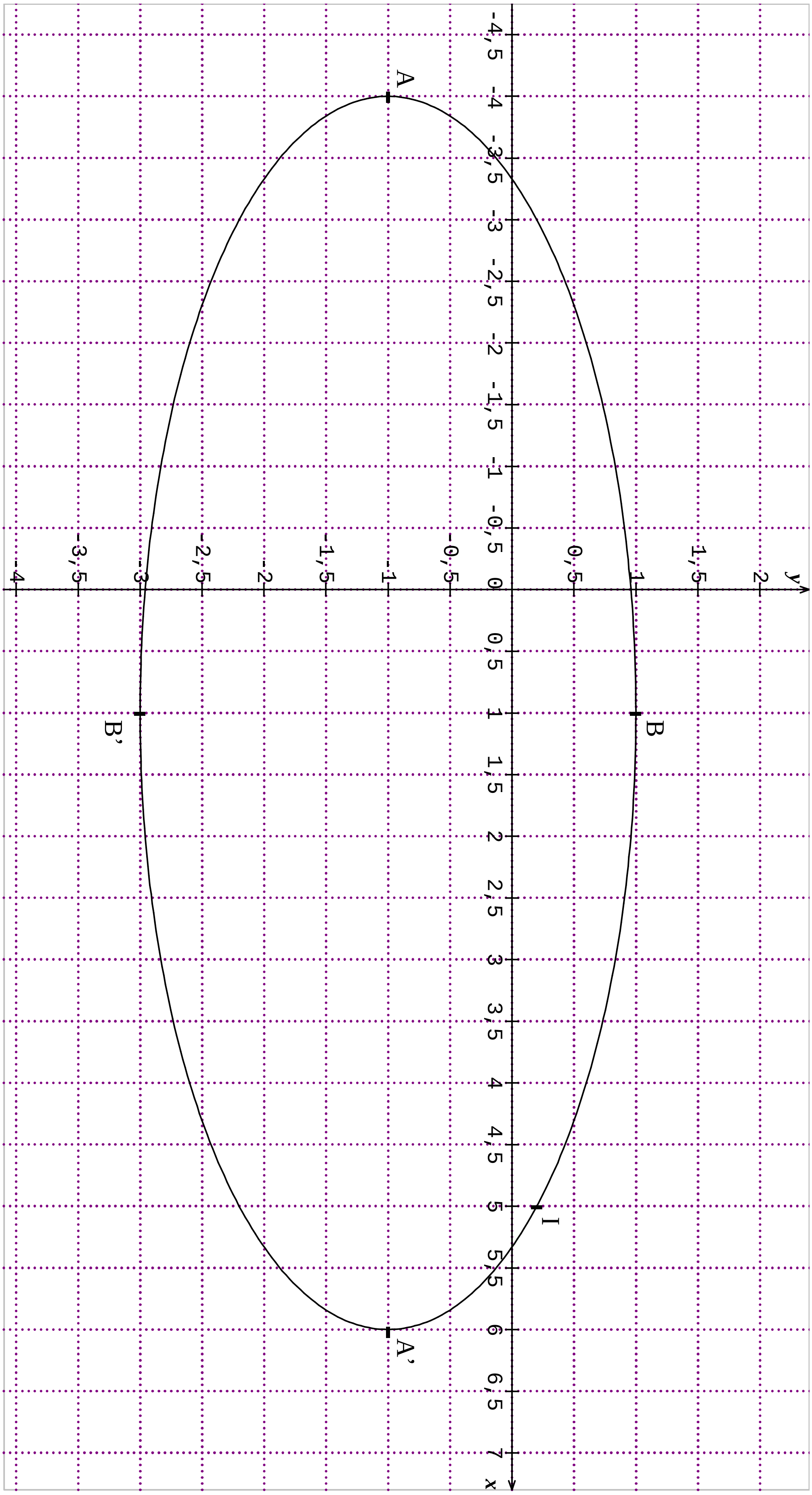
   b) Sur l'annexe 3, achever la construction en perspective centrale de l'arche en béton.

   c) Sur cette représentation en perspective centrale, les points i et j sont-ils les milieux des segments [ad] et [ab] ? Justifier soigneusement les réponses.

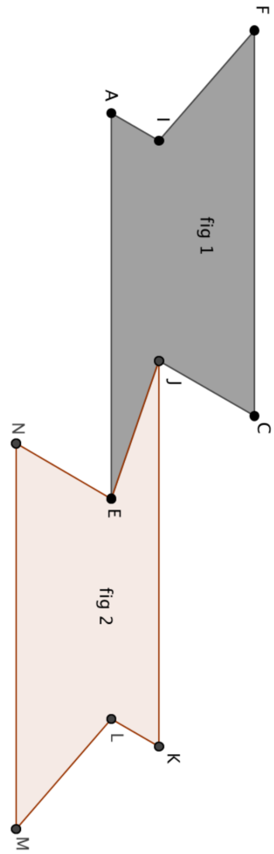
   d) Sur l'annexe 3, achever la construction en perspective centrale du cube en verre.

2. On souhaite que la surface au sol de la boutique soit un carré IJKL d'aire 100 m^2. On rappelle que les parois de béton de l'arche ont une épaisseur de 1m.
   Calculer le volume de béton nécessaire à la construction de l'arche. On donnera une valeur arrondie au m^3 par excès.

Annexe 1 (exercice 1) - à remettre avec la copie



Annexe 2 (exercice 2) - à remettre avec la copie



<u>Annexe 3 (exercice 3)</u> <u>- à remettre avec la copie</u>