

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2018

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU DESIGN ET DES ARTS APPLIQUÉS

STD2A

**Le sujet comporte 7 pages numérotées de 1 à 7.
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.**

Les deux annexes pages 6 et 7 sont à rendre avec la copie.

Durée de l'épreuve : 3 heures

coefficient : 2

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront dans l'appréciation des copies.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Exercice 1 (10 points)

Un designer a créé une applique murale extérieure (voir photo ci-contre).



L'objectif de cet exercice est de modéliser le profil de la potence en forme de col de cygne (servant de support entre le mur et la lampe).

On envisage pour cela de raccorder la courbe représentative d'une fonction f à un arc de cercle.

Les trois premières parties de cet exercice peuvent être traitées séparément.

Dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ de l'annexe 1, on considère les trois points O, A et D de coordonnées respectives $O(0 ; 0)$, $A(6 ; 3,6)$ et $D(6,4 ; 0)$.

Partie A

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

1. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' de f .
2. On souhaite que la courbe représentative de cette fonction passe par le point O et que la tangente en O ait pour coefficient directeur $-0,6$.
En déduire les valeurs des coefficients d et c .
3. On souhaite que la courbe représentative de cette fonction passe par le point A, et que la tangente en A soit horizontale.
En déduire un système d'équations dont les coefficients a et b sont solutions.
4. Montrer que ce système d'équations est équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} 72a + 12b = 2,4 \\ 108a + 12b = 0,6 \end{cases}$$

5. Résoudre ce système.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -0,05x^3 + 0,5x^2 - 0,6x$$

1. Déterminer l'expression de la fonction dérivée f' .
2. Étudier le signe de la fonction f' sur \mathbb{R} .
3. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
4. Calculer l'ordonnée du point E d'abscisse 4 appartenant à la courbe représentative de la fonction f .
5. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point E.

Partie C

On admet que le point E a pour coordonnées E(4 ; 2,4).

On considère le cercle \mathcal{C} de centre D passant par le point E.

On rappelle que le point D a pour coordonnées D(6,4 ; 0).

1. Montrer que le rayon de ce cercle \mathcal{C} est $R = 2,4\sqrt{2}$.
2. a) En déduire une équation cartésienne du cercle \mathcal{C} .
b) Le point A appartient-il au cercle \mathcal{C} ?
c) Déterminer les points du cercle \mathcal{C} d'ordonnée 1. On note F le point de plus grande abscisse.
3. On considère le point B de coordonnées B(6 ; 4,4).
a) Démontrer que la droite (BE) est tangente au cercle \mathcal{C} .
b) Calculer le coefficient directeur de la droite (BE).
4. En déduire que la courbe représentative de la fonction f et le cercle \mathcal{C} ont bien une tangente commune en E.

Partie D : Construction

Sur le repère de l'annexe 1, on a construit la courbe de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$. Dessinez le profil de la potence constitué de la portion de la courbe représentative de la fonction f en se restreignant à l'intervalle $[0 ; 4]$, et de l'arc de cercle de centre D joignant E à F.

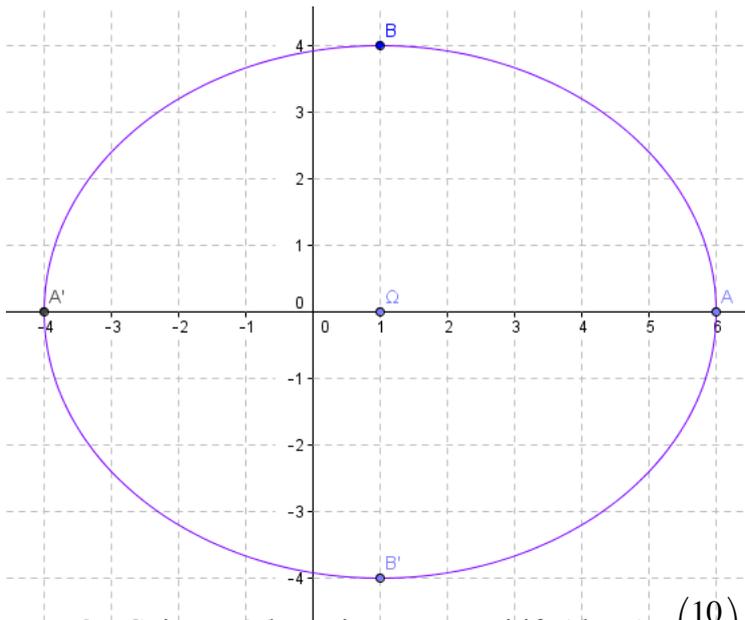
Exercice 2 (5 points)

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fautive, plusieurs réponses ou l'absence de réponse n'ajoutent ni ne retirent aucun point.

Inscrire sur la copie la référence de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. On considère l'ellipse tracée sur la figure ci-dessous.



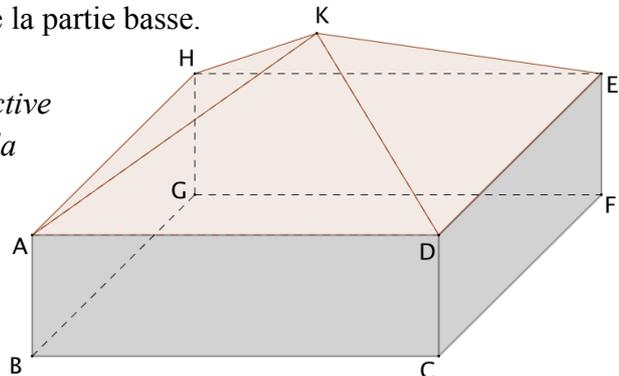
Une équation de cette ellipse est :

- a) $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
- b) $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
- c) $\frac{(x+1)^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$
- d) $\frac{(x-1)^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$
2. Soit un réel a strictement positif. Alors $\log\left(\frac{10}{a}\right)$ est égal à :
- a) $\log(a)$ b) $\log(10 - a)$ c) $1 - \log(a)$ d) $\log(10) + \log(a)$
3. On considère un triangle ABC tel que $AB = 7$ cm, $BC = 6$ cm et $CA = 5$ cm.
- Une mesure en degrés, arrondie au dixième, de l'angle \widehat{ABC} est :
- a) 90 b) 78,5 c) 57,1 d) 44,4
4. Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère trois points A, B et C de coordonnées respectives $A(1; 3)$, $B(-4; 2)$ et $C(3; -1)$.
- Le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ vaut :
- a) 4 b) 0 c) -6 d) 2
5. On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par l'expression $f(x) = x^{0,25}$. Soient a et b deux nombres réels positifs avec $a < 1$ et $b > 1$. Alors :
- a) $f(a) > 1$ b) $f(b) < 1$ c) $f(a) > a$ d) $f(b) < f(a)$

Exercice 3 (5 points)

La tente khaïma est une tente en coton, utilisée notamment dans la région sahélienne, dont l'allure est la suivante (représentation en perspective cavalière). La partie basse a la forme d'un pavé droit, dont la base BCFG est un carré. La partie haute est une pyramide régulière ADEHK à base carrée, dont la hauteur est égale à la hauteur du pavé de la partie basse. La hauteur totale est donc le double de la hauteur de la partie basse.

Les points nommés en majuscule dans la perspective cavalière seront représentés en minuscule dans la perspective centrale.

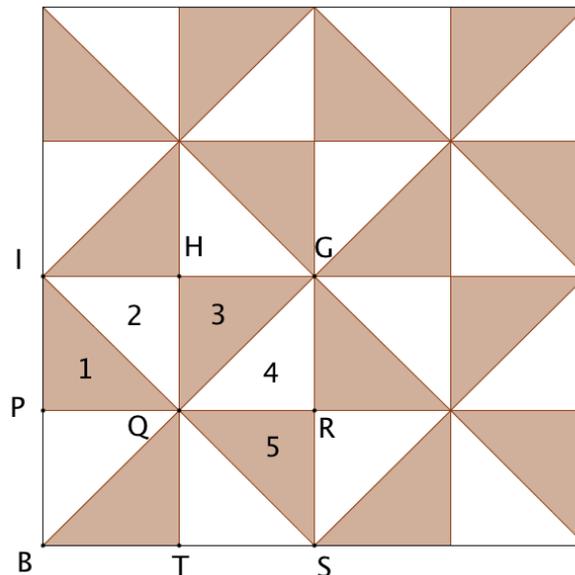


Partie A – Représentation en perspective centrale, vue extérieure

On a commencé en annexe 1 la représentation en perspective centrale de cette khaïma. On suppose la tente posée sur un sol horizontal. Le plan (BCD) est frontal. Compléter cette représentation, en laissant les traits de construction.

Partie B – Représentation en perspective centrale du tapis de sol

- À l'intérieur de la khaïma, on a déposé sur le sol un tapis représenté ci-dessous.



Donner une transformation du plan pour laquelle le triangle n°1 a pour image :

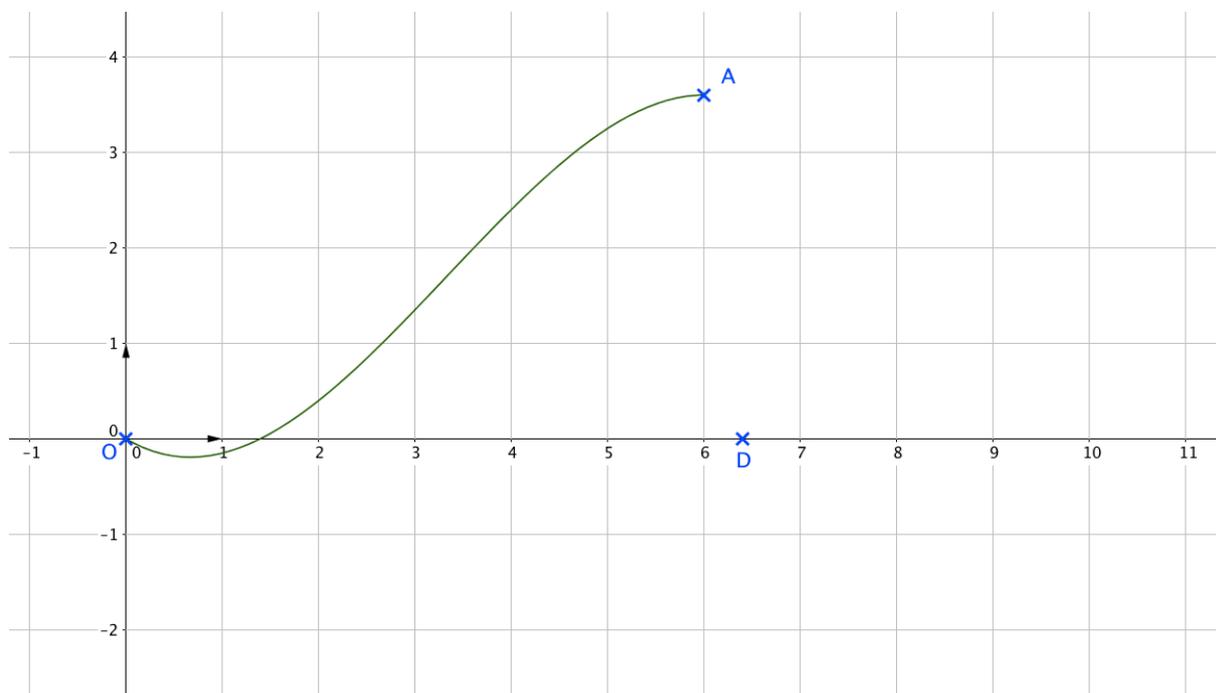
- le triangle n°2.
- le triangle n°3.
- le triangle n°4.
- le triangle n°5.

On précisera les caractéristiques des transformations proposées.

- Sur l'annexe 2, construire la représentation en perspective centrale du tapis avec les motifs. Tous les traits de construction devront être visibles.

Annexe 1, à rendre avec la copie

Exercice 1 – Partie D



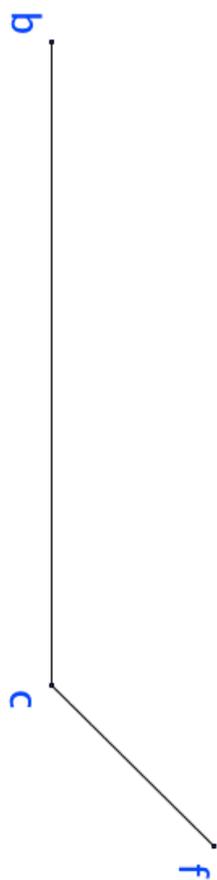
Exercice 3 – Partie A

Δ (ligne d'horizon)



Annexe 2, à rendre avec la copie

Exercice 3 – Partie B



Δ (ligne d'horizon)