Durée : 4 heures

Baccalauréat STI2D et STL/SPCL - Antilles Guyane
4 septembre 2020

Exercice 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

On note i le complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. On a dressé ci-contre le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbf{R}$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ et f' la fonction dérivée de la fonction f. On a :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variation de f	-2 ↗	5	↘ $-\infty$

   a. $f'(0) = 5$

   b. si $x \leqslant 0$ alors $f'(x) \leqslant 0$

   c. la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote parallèle à l'axe des abscisses

   d. la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées

2. Pour tout réel strictement positif b le nombre $\ln\left(b^{-3}\right)$ est égal à :

   a. $-3b$

   b. $-3\ln b$

   c. $(\ln b)^{-3}$

   d. $\dfrac{1}{\ln\left(b^3\right)}$

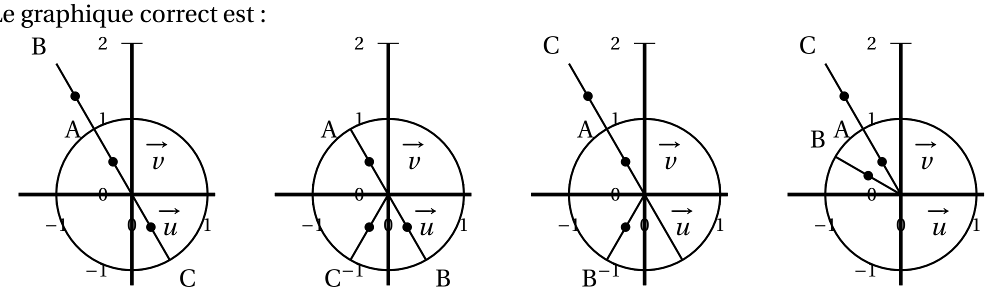
3. Soit x un nombre réel. On considère le nombre complexe z dont la partie réelle est x et dont la partie imaginaire est 3. La partie imaginaire de z^2 est égale à :

   a. 6 **b.** 9 **c.** $6x$ **d.** $(6x)\text{i}$

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$.

   Les points A, B et C ont pour affixes respectives $z_\text{A} = \text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$, $z_\text{B} = \text{e}^{\text{i}\frac{4\pi}{3}}$ et $z_\text{C} = 2\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$.

   Le graphique correct est :



a. **b.** **c.** **d.**

Exercice 2 **5 points**

Une compagnie aérienne annonce qu'elle souhaite augmenter sa rentabilité, tout en surveillant la fiabilité de ses appareils et en garantissant la satisfaction de ses passagers.
Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

PARTIE A - Rentabilité

1. La compagnie aérienne étudie le taux de remplissage de ses avions. On considère que le taux de remplissage d'un avion peut être modélisé par la variable aléatoire R suivant la loi normale de moyenne $\mu = 0,85$ et d'écart-type $\sigma = 0,05$.
   a. Donner $P(R \leqslant 0,85)$.
   b. Déterminer la probabilité que le taux de remplissage d'un avion soit compris entre $0,8$ et $0,9$.
2. On considère que, pour un passager ayant acheté un billet, la probabilité de se présenter à l'embarquement pour ce vol est de $0,96$.
   Afin d'augmenter sa rentabilité, la compagnie décide de pratiquer la surréservation. Pour cela, elle vend 250 billets pour un vol dans un avion ne contenant que 246 places.
   Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de passagers se présentant à l'embarquement pour ce vol.
   On admet que X suit la loi binomiale de paramètres $n = 250$ et $p = 0,96$.
   a. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X. Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.
   b. Donner la probabilité qu'au moins 247 passagers se présentent à l'embarquement pour ce vol.

PARTIE B- Fiabilité

À la suite d'une visite de maintenance, la compagnie décide de remplacer un composant électronique de la sonde de température par un nouveau composant plus fiable.
On admet que le temps de fonctionnement avant panne de ce nouveau composant, exprimé en année, est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,025$.

1. Déterminer le temps moyen de fonctionnement avant panne de ce nouveau composant.
2. Calculer $p(T < 40)$.
3. La prochaine visite de maintenance pour cet avion est prévue dans deux ans. Déterminer la probabilité que ce composant électronique ne subisse pas de panne avant la prochaine visite.

PARTIE C - Satisfaction des passagers

Après une étude interne, la compagnie aérienne affirme que 90 % de ses passagers sont satisfaits.
Une association de consommateurs procède à une enquête indépendante auprès de 450 passagers et constate que 63 clients sont mécontents.
Au seuil de 95 %, faut-il mettre en doute l'affirmation de la compagnie aérienne ? Justifier la réponse.

On rappelle que lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est donné par :
$\left[p - 1,96\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\right]$.

Exercice 3 **5 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

En 2015, la consommation d'électricité liée aux usages du numérique en France était de 56 térawatt-heures (TWh).

1. On admet que cette consommation augmente de 4 % par an depuis 2015.

Pour tout entier naturel n, on note u_n la consommation d'électricité liée aux usages du numérique en France,exprimée en térawattheure, pour l'année $2015 + n$.

Ainsi, $u_0 = 56$.

a. Calculer la consommation d'électricité, exprimée en TWh, liée aux usages du numérique en 2016.

b. Déterminer la nature de la suite (u_n) et donner ses éléments caractéristiques.

c. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

d. On admet que chaque année, la consommation d'électricité en France, tous usages confondus, est égale à 480 TWh.

Est-il exact d'affirmer qu'en 2030, plus de 20 % de la consommation d'électricité sera liée aux usages du numérique ? Justifier la réponse.

2. On estime qu'en 2030, en France, la consommation d'électricité liée aux usages du numérique sera de 101 TWh.

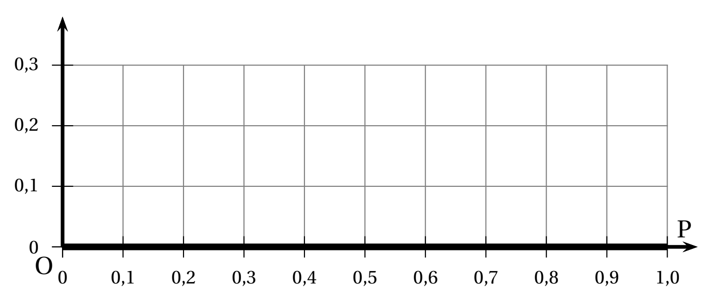
À partir de 2030, on envisage une baisse de la consommation d'électricité liée aux usages du numérique de 3 TWh par an.

Déterminer en quelle année la consommation d'électricité liée aux usages du numérique sera égale à la consommation en 2015.

PARTIE B

On considère un conducteur électrique représenté par une tige métallique rectiligne fixée en ses deux extrémités.

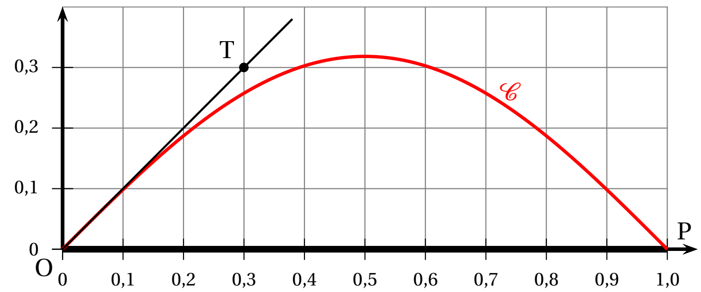
Dans le repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ ci-dessous, d'unité graphique un centimètre, la tige métallique est modélisée par le segment [OP], où P désigne le point de coordonnées (1 ; 0).



En raison d'une augmentation de la température, cette tige métallique se déforme en se dilatant.

La tige déformée est schématisée ci-dessous par la courbe $\mathscr{C}$ passant par les points O et P.

La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point O passe par le point T de coordonnées (0,3 ; 0,3).



On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f, solution de l'équation différentielle (E), dans laquelle y est une fonction de la variable x, définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.

$$(E): \qquad y'' + \pi^2 y = 0.$$

1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E) sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.
2. **a.** Sans justifier, donner la valeur de $f(0)$.

   b. Déterminer la valeur de $f'(0)$. Justifier la réponse.

   c. En déduire que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,1]$, $f(x) = \dfrac{1}{\pi}\sin(\pi x)$.
3. On considère que la tige métallique subit une détérioration irréversible lorsque le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ est supérieur à $\dfrac{1}{3}$.

   Est-ce le cas ? Justifier la réponse.

Exercice 4 **6 points**

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'évolution depuis 1958 de la concentration de dioxyde de carbone (CO_2) dans l'atmosphère terrestre.
Cette concentration est exprimée en « partie par million en volume » (ppmv).

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A - Modélisation

On modélise la concentration de CO_2 dans l'atmosphère, exprimée en ppmv, par une fonction f de la variable t définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(t) = 280 + k\mathrm{e}^{at}$$

où k et a sont deux constantes réelles, et t représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 1958, exprimé en année.

1. **a.** Le 1er janvier 1958, la concentration de CO_2 dans l'atmosphère valait 315 ppmv. Déterminer la valeur de la constante k.

   b. Le 1er janvier 2018, la concentration de CO_2 dans l'atmosphère valait 411,25 ppmv. Déterminer la valeur exacte de la constante a.
2. Dorénavant, on prend pour valeur de a le nombre 0,022.

   On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

   $$f(t) = 280 + 35\mathrm{e}^{0{,}022t}.$$

   La concentration de CO2 mesurée le 1er janvier 1994 était de 357 ppmv.

   La modélisation choisie semble-t-elle pertinente ?

PARTIE B - Étude de la fonction f

La concentration de CO_2 dans l'atmosphère, exprimée en ppmv, est modélisée par la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(t) = 280 + 35\mathrm{e}^{0,022t}$$

où t représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 1958, exprimé en année.

1. Donner la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. **a.** Déterminer $f'(t)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
3. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. On pose $m = \dfrac{1}{60}\displaystyle\int_0^{60} f(t)\,\mathrm{d}t$.
   Exprimer m en fonction de F.
   c. Donner la valeur de m arrondie au centième.
   d. Interpréter dans le contexte de l'exercice la valeur obtenue à la question c.

PARTIE C - Variabilité saisonnière

Les relevés de la concentration de CO_2 dans l'atmosphère depuis 1958 mettent en évidence une variabilité saisonnière.
La concentration de CO_2, exprimée en ppmv, est alors modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$g(t) = 280 + 35\mathrm{e}^{0,022t} + 3,5\sin(2\pi t)$$

où t représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 1958, exprimé en année.

1. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin que la variable C affiche successivement les concentrations de CO_2 le 1er de chaque mois de l'année 2018.

$T \leftarrow 60$
Pour i allant de … à …
$\quad C \leftarrow \ldots$
$\quad T \leftarrow T + \dfrac{1}{12}$
$\quad$ Afficher C
Fin Pour

2. Au début de quel mois de l'année 2018 la concentration de CO_2 est-elle minimale ?