Durée : 3 heures

∽ Baccalauréat STG —Mercatique, CFE, GSI ∾
Antilles-Guyane 20 juin 2013

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point. Aucun point n'est enlevé pour une absence de réponse ou pour une réponse inexacte.

Le tableau ci-dessous donne les réussites de 3 lycées à un examen.
On choisit au hasard un élève ayant passé l'examen parmi les élèves de ces lycées et l'on suppose que chaque élève a la même probabilité d'être choisi.
On note :
A l'évènement : « l'élève appartient au lycée A »,
R l'évènement : « l'élève a réussi l'examen ».
On note $P_R(A)$ la probabilité de l'évènement A sachant R.

	Lycée A	Lycée B	Lycée C	Total
Nombre d'élèves ayant réussi l'examen	42	41	22	105
Nombre total d'élèves ayant passé l'examen	54	60	36	150

1. La probabilité de l'évènement A est :

a. $P(A) = 0,36$ **b.** $P(A) = \dfrac{1}{3}$ **c.** $P(A) = \dfrac{42}{54}$ **d.** $P(A) = \dfrac{42}{105}$

2. La probabilité de l'évènement $A \cap R$ est égale à :

a. $P(A \cap R) = 0,78$ **b.** $P(A \cap R) = 0,28$ **c.** $P(A \cap R) = 0,4$ **d.** $P(A \cap R) = \dfrac{1}{6}$

3. La probabilité de l'évènement $A \cup R$ est égale à :

a. $P(A \cup R) = \dfrac{42}{54}$ **b.** $P(A \cup R) = \dfrac{117}{150}$ **c.** $P(A \cup R) = \dfrac{54}{150}$ **d.** $P(A \cup R) = \dfrac{159}{150}$

4. La probabilité $P_R(A)$ est égale :

a. $P(A) = 0,78$ **b.** $P(A) = 0,28$ **c.** $P(A) = 0,4$ **d.** $P(A) = 0,6$

EXERCICE 2 **6 points**

Le tableau ci-dessous représente le prix d'un même objet en fonction de l'année entre 2003 et 2011.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix de l'objet en euros : y_i	10,1	8,5	7,4	6,5	5,8	5,1	4,6	4,2	3,9

Le nuage des points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à cette série statistique est représenté dans un repère orthogonal en annexe.
Dans la suite de l'exercice, on étudie trois méthodes différentes permettant d'anticiper le prix de l'objet dans les années à venir.

1. **Ajustement affine**
   - **a.** Déterminer l'équation réduite de la droite (D) passant par le premier et le dernier point du nuage.
   - **b.** Tracer la droite (D) dans le repère précédent.
   - **c.** On choisit la droite (D) comme droite d'ajustement affine de y enx. En déduire une estimation du prix de l'objet en 2013 avec cet ajustement (arrondir au centième d'euro). On indiquera la méthode utilisée.
2. **Ajustement inverse**
   - **a.** On note $z = \dfrac{1}{y}$. Reproduire, puis compléter le tableau ci-dessous ; on arrondira les résultats au millième :

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_I = \dfrac{1}{y_i}$	$\dfrac{1}{10,1} \approx 0,099$								

   - **b.** À l'aide d'une calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis au millième.
   - **c.** Pour cette question, on décide de prendre : $y = \dfrac{1}{0,02x + 0,1}$.

     À l'aide de cet ajustement, déterminer une nouvelle estimation du prix de l'objet en 2013. On arrondira au centième d'euro.
3. **Ajustement « moyen »**
   - **a.** Déterminer le taux d'évolution global du prix entre 2003 et 2011 arrondi à 0,01 %.

     Vérifier que ce taux correspond à une baisse annuelle moyenne de 11,21 % entre 2003 et 2011.
   - **b.** On suppose que ce taux correspond aux évolutions du prix de l'objet dans les années à venir. À l'aide de cet ajustement, en déduire une troisième estimation du prix de l'objet en 2013. On arrondira au centième d'euro.
4. **Comparaison**

   En 2013, le prix réel de l'objet est de 3,30euros. D'après les questions précédentes, déterminer l'ajustement qui semble le plus adéquat. On justifiera rapidement.

EXERCICE 3 **5 points**

Paul a fait un héritage de 150 000 € au début de l'année 2013.

1. On lui propose de placer cette somme sur un compte qui rapporte 4 % par an.

   On note u_n la somme en euros disponible sur ce compte l'année $(2013 + n)$. On a donc $u_0 = 150000$.
   - **a.** Montrer que $u_1 = 156000$.

b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

c. Déterminer l'année à partir de laquelle Paul disposera d'au moins 250 000 €.

2. Pour augmenter plus rapidement son capital, Paul décide d'économiser chaque année 8 000 €, qu'il place en fin d'année sur son compte rémunéré à 4 %.

Au début de l'année 2014, Paul possèdera donc la somme de :

$150000 \times 1,04 + 8000 = 164000$ (en euros).

a. Montrer que la somme que Paul possède en début d'année 2015 est de 178 560 ?. On note v_n la somme que Paul possède au début de l'année $(2013 + n)$.

Voici une feuille de calcul qui permet de calculer la somme en euros possédée par Paul à la fin de chaque année :

	A	B	C	D
1	Somme sur le compte en début d'année	Intérêt (4 % de la somme sur le compte en début d'année)	Argent économisé pendant l'année	Somme totale sur le compte en fin d'année
2	150 000	6 000	8 000	164 000
3	164 000			
4				
5				

b. Quelle formule doit-on entrer dans la cellule B3 pour calculer les intérêts de l'année ?

c. Quelles formules doit-on entrer dans les cellules C3 et D3 par recopie vers le bas pour obtenir la somme dont dispose Paul à la fin de chaque année ?

d. Déterminer l'année à partir de laquelle Paul pourra disposer de la somme de 250 000 €.

EXERCICE 4 — 5 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 30 - 24\ln(x).$$

Une entreprise fabrique des objets. Le coût unitaire (en euros) pour x centaines d'objets produits est égal à $f(x)$.
Par exemple : On a $f(2) \approx 13,36$, ce qui signifie que pour 200 objets produits, le coût de production par objet est d'environ 13,36 euros. L'entreprise devra donc vendre ces 200 objets à plus de 13,36 euros pièce si elle ne veut pas vendre à perte.

1. Calculer $f(3)$ à 10^{-2} près et interpréter le résultat en s'inspirant de l'exemple précédent.

2. Recopier, puis compléter le tableau de valeurs ci-dessous. On arrondira les résultats au centième.

x	1	2	3	4	5	6	8	10
$f(x)$		13,36						

3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1 ; 10]$ et on note f' sa fonction dérivée.

Montrer que sur l'intervalle $[1 ; 10]$, $f'(x) = \dfrac{2(x-4)(x+3)}{x}$.

4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1 ; 10]$, puis dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.

5. Pour combien d'objets produits, le coût de fabrication par objet est-il minimum ? Donner la valeur arrondie au centime d'euros de ce coût minimum.

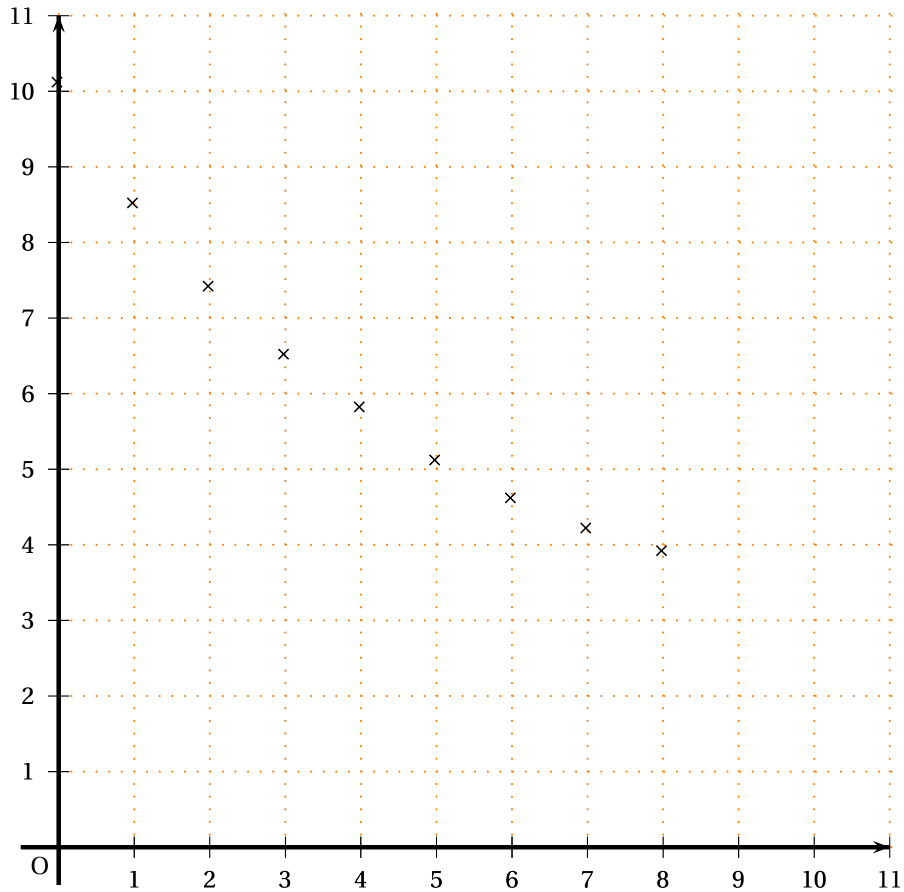
6. La courbe représentative de la fonction ! est donnée en annexe dans un repère orthogonal.

a. Avec la précision permise par le graphique, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant 20$.

b. L'entreprise vend chaque objet 20 euros pièce. Pour quelle(s) quantité(s) d'objets produits et vendus, l'entreprise est-elle bénéficiaire ?

ANNEXE

À rendre avec la copie



EXERCICE 4