BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2019

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DU MANAGEMENT ET DE LA GESTION STMG

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** — COEFFICIENT : 3

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Chaque candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'elle ou il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.

La page 7 compose l'annexe, à rendre avec la copie.

Dès que le sujet lui est remis, la candidate ou le candidat doit s'assurer qu'il est complet.

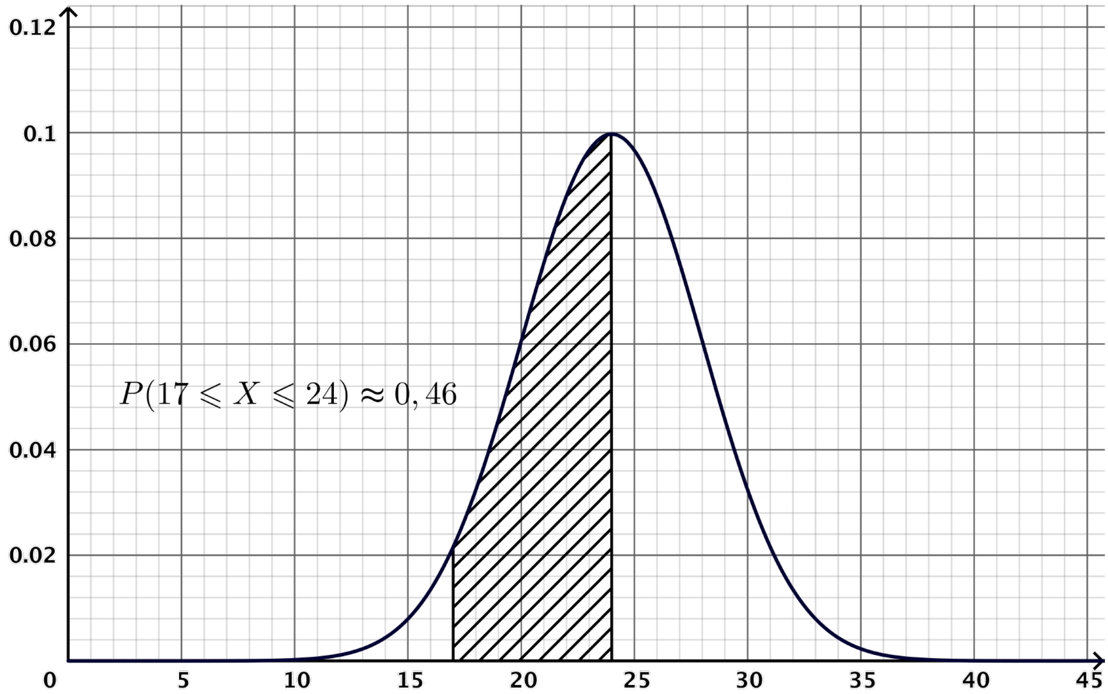
Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Pour chaque question, indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte, multiple ou une absence de réponse, ne rapporte ni n'enlève de point.

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ telle que $P(17 \leqslant X \leqslant 24) \approx 0{,}46$ à 10^{-2} près. La courbe de densité de cette loi est représentée ci-dessous. Elle admet la droite d'équation $x = 24$ comme axe de symétrie.

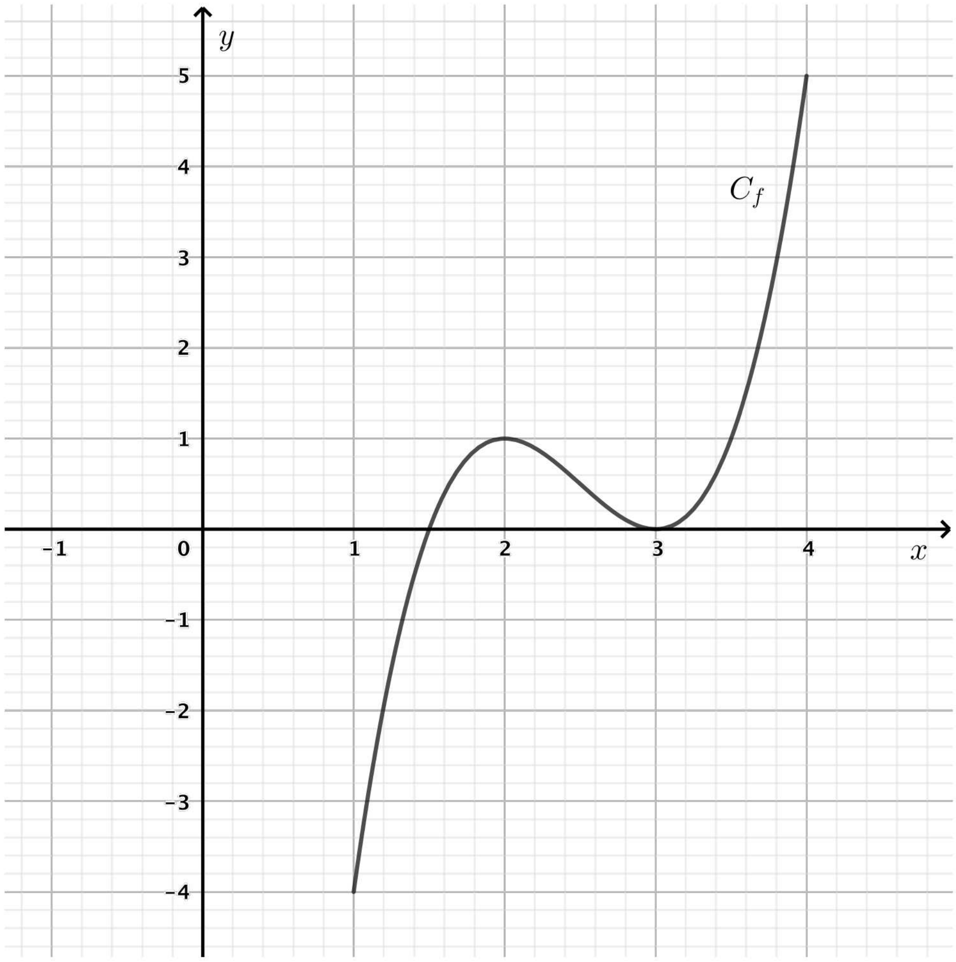


1. Une valeur approchée à 10^{-2} près de $P(X \geqslant 31)$ est :
   a. 0,04 **b.** 0,54
   c. 0,96 **d.** 0,46

2. Les valeurs des deux paramètres de cette loi sont :
   a. $\mu = 24$ et $\sigma = 0,1$ **b.** $\mu = 24$ et $\sigma = 4$
   c. $\mu = 20$ et $\sigma = 5,69$ **d.** $\mu = 4$ et $\sigma = 24$

Partie B

Soit la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,4]$ dont la courbe C_f est représentée dans le repère ci-dessous :



1. Choisir la proposition correcte :
   a. le maximum de f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$ est égal à 1.
   b. l'image de 1 par f est égale à 2.
   c. la fonction f est négative sur l'intervalle $[2\,;\,3]$.
   d. l'équation $f(x) = 0,5$ admet trois solutions.

2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,4]$.
   On a $f'(x) \leqslant 0$ pour tout réel x appartenant à :
   a. $[1\ ;\ 1,5]$
   b. $[2\ ;\ 3]$
   c. $[1\ ;\ 2] \cup [3\ ;\ 4]$
   d. $[1,5\ ;\ 3]$

3. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,4]$, $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 27$.
   Choisir la proposition correcte :
   a. $f'(x) = 5x^2 - 17x + 37$
   b. $f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$
   c. $f'(x) = 6x^3 - 30x^2 + 36x - 27$
   d. $f'(x) = 6x^2 - 30x + 9$

Exercice 2 (5 points)

Un *food truck*, ouvert le midi et le soir, propose deux types de formules :

— la formule *Burger* ;

— la formule *Wok*.

Partie A

Le gérant a remarqué que 70 % de ses ventes ont lieu le midi. Le quart des ventes du midi correspondent à la formule *Burger*, alors que 40 % des ventes du soir correspondent à la formule *Wok*.
Le gérant se constitue un fichier en notant, pour chaque vente, la formule choisie et le moment de cette vente (midi ou soir).

On prélève une fiche de façon équiprobable.
On définit les quatre événements suivants :

M : « la fiche correspond à une vente du midi » ;

S : « la fiche correspond à une vente du soir » ;

W : « la fiche correspond à une formule *Wok* » ;

B : « la fiche correspond à une formule *Burger* ».

1. Compléter l'arbre pondéré donné en **annexe, à rendre avec la copie**.
2. Calculer la probabilité de l'événement $M \cap W$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Montrer que la probabilité que la fiche choisie corresponde à une formule *Burger* est égale à 0,355.
4. On a prélevé une fiche correspondant à la formule *Burger*. Quelle est la probabilité, arrondie au millième, que la vente ait eu lieu le soir ?

Partie B

Dans sa publicité, le gérant souhaite afficher que 9 clients sur 10 sont satisfaits des formules qu'il propose.

Sur les 120 clients servis au cours d'une journée, 94 se sont déclarés satisfaits.
Ce résultat de l'enquête permet-il de mettre en doute l'argument publicitaire du gérant ?
Expliciter la démarche à l'aide d'un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %.

Exercice 3 (6 points)

Voici un aperçu d'une feuille de calcul regroupant le nombre de naissances dans un département français de 2009 à 2016.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
3	Nombre de naissances y_i	8 304	8 111	8 041	7 833	7 644	7 466	7 199	6 927
4	Indice	100							

Source : INSEE - État civil - Données mises en ligne le 12/10/2017

Partie A

1. Parmi les quatre formules proposées, laquelle peut-on saisir dans la cellule C4 pour obtenir, par recopie vers la droite, les indices jusqu'en 2016 ?

   ① =C3*B4/$B$3 ② =$C$3*$B$4/B3 ③ =C3*$B$4/$B$3 ④ =$C$3*B4/B3

2. Déterminer le taux d'évolution du nombre de naissances entre 2009 et 2016. On exprimera le résultat en pourcentage, arrondi au dixième.
3. Expliquer pourquoi le taux d'évolution annuel moyen sur cette période est de $-2,6\,\%$, au dixième près.

Partie B

Le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i), pour i variant de 1 à 8, est représenté sur le repère donné en **annexe, à rendre avec la copie**.

1. Donner une équation de la droite d'ajustement affine du nuage de points, de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au centième.
2. Pour la suite, on décide de prendre comme droite d'ajustement du nuage de points la droite Δ d'équation :

$$y = -192x + 8\ 554.$$

   a. Donner les coordonnées de deux points de la droite Δ, puis tracer cette droite dans le repère donné en **annexe, à rendre avec la copie**.

   b. En utilisant l'ajustement donné et en considérant qu'il reste valide jusqu'en 2020, estimer le nombre de naissances dans le département concerné en 2020.

Exercice 4 (4 points)

Le « continent de plastique » est la plus grande des plaques de déchets plastiques évoluant sur les océans. Elle occupe actuellement dans l'océan Pacifique une surface dont l'aire est évaluée à plus de 1,6 million de km^2, entre Hawaï et la Californie.
En 2017, des scientifiques ont estimé la masse totale de déchets plastiques dans les océans à 300 millions de tonnes et ont prévu une augmentation de 5,4 % par an au cours des prochaines années.
On modélise l'évolution de la masse totale de ces déchets plastiques, si rien n'est fait pour la réduire, par une suite géométrique (u_n) de raison 1,054 et de premier terme $u_0 = 300$. L'arrondi au centième du terme u_n représente la masse totale de ces déchets, exprimée en million de tonnes, pour l'année $(2017 + n)$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. On souhaite déterminer en quelle année la masse totale de ces déchets plastiques aura pour la première fois augmenté de 50 % par rapport à sa valeur de 2017.

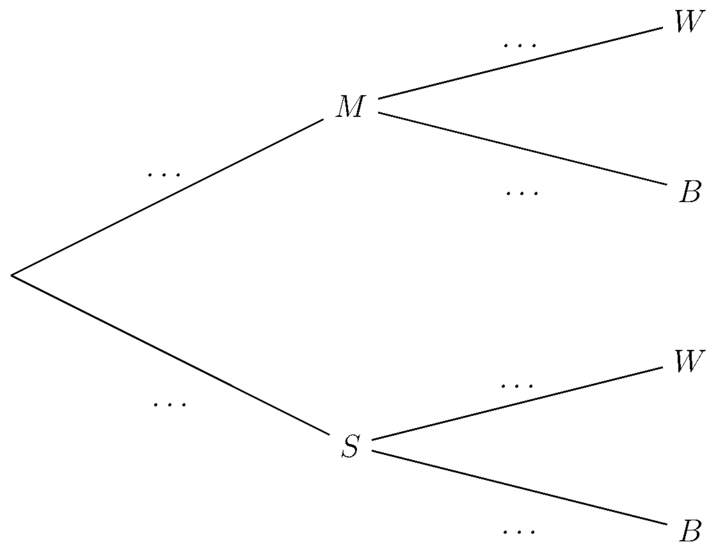
   a. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour que la variable N contienne la réponse au problème posé.

$N \leftarrow 2017$
$U \leftarrow 300$
Tant que $U < 450$
    $N \leftarrow \ldots$
    $U \leftarrow \ldots$
Fin Tant que

   b. Que contiennent les variables U et N après exécution de cet algorithme ?
   Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.

ANNEXE
À rendre avec la copie

Exercice 2



Exercice 3