Baccalauréat STMG Centres étrangers
11 juin 2015

La calculatrice (conforme à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999) est autorisée.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, une seule réponse est correcte.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point.
Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. Un laboratoire pharmaceutique fabrique des gélules contenant une substance S. La masse de substance S, exprimée en milligrammes (mg), contenue dans une gélule est modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $8,2$ et d'écart type $0,05$.

La norme de fabrication impose que la masse de substance S dans une gélule soit comprise entre 8,1 mg et 8,3 mg. La probabilité qu'une gélule soit hors norme après la fabrication est :

a. 0,2 **b.** 0,05 **c.** 0,8 **d.** 0,95

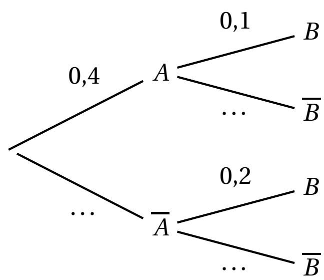
2. Un maire souhaite estimer la proportion d'habitants de sa commune satisfaits des décisions qu'il a prises depuis son élection. Un récent sondage effectué sur 800 habitants montre que 560 personnes sont satisfaites.

Un intervalle de confiance au niveau de confiance 95 % pour la proportion d'opinions favorables est :

a. [0,66 ; 0,74] **b.** [0,69 ; 0,71] **c.** [0,60 ; 0,80] **d.** [0,71 ; 0,79]

3. L'arbre de probabilités ci-dessous représente une situation où A et B sont deux évènements. Les évènements contraires de A et de B sont respectivement notés $\overline{A}$ et $\overline{B}$.

Pour tout évènement E, on note $p(E)$ la probabilité de E et pour tout évènement F de probabilité non nulle, on note $p_F(E)$ la probabilité conditionnelle de E sachant F.



3. 1. $p(B)$ est égale à :

a. 0,3 **b.** 0,0048 **c.** 0,12 **d.** 0,16

3. 1. $p_B(A)$ est égale à :

a. 0,25 **b.** 0,4 **c.** 0,04 **d.** 0,1

EXERCICE 2 **5 points**

On a relevé le nombre d'oiseaux d'une espèce particulière, les limicoles, séjournant sur l'île de Ré.
Les résultats figurent dans le tableau fourni en annexe.

1. **a.** Compléter ce tableau. On arrondira les taux d'évolution à 1 %.
   Que remarque-t-on ?

   b. On suppose que l'évolution du nombre d'oiseaux se poursuit de la même façon après 2014. Un seuil d'alerte est déclenché si le nombre d'oiseaux passe en dessous de 100.
   Selon cette hypothèse, l'alerte sera-t-elle déclenchée avant 2020 ? Justifier la réponse.

2. Au début de l'année 2014, des scientifiques mettent en place des mesures de protection des oiseaux et d'aménagement du territoire, ce qui a pour effet de limiter la diminution des effectifs de limicoles à 6 % par an. Par ailleurs, la région décide de réintroduire 20 nouveaux oiseaux de cette espèce le premier janvier de chaque année, à partir de 2015.

   a. À combien peut-on estimer le nombre de limicoles au premier janvier 2015 ?

   b. On utilise un tableur pour estimer la population de limicoles séjournant sur l'île de Ré à partir de 2014. On donne ci-dessous une copie d'écran d'une partie du tableau utilisé. Les cellules sont au format « nombre sans décimale ».

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2	Effectif	164	174	184	193	201	209	217

   Quelle formule a-t-on pu entrer dans la cellule C2 pour obtenir, par recopie vers la droite, les autres valeurs de la ligne 2 ?

   c. Les mesures prises par les scientifiques vous semblent-elles adaptées à la survie de cette espèce sur l'île de Ré ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 **6 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice du nombre annuel d'immatriculations de voitures neuves équipées d'un moteur diesel de 2001 à 2011, base 100 en 2001.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Indice y_i	100	106,8	106,8	109,9	112,7	112,6	120,3	124,9	126,0	122,7	122,9

Source : d'après INSEE

Le nuage des points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour i variant de 0 à 10 est donné en annexe, à rendre avec la copie.

1. **a.** Déterminer, à l'aide du tableau, le taux d'évolution du nombre d'immatriculations de voitures neuves équipées d'un moteur diesel entre 2001 et 2011 exprimé en pourcentage.

   b. On sait que 1 268 milliers de voitures neuves équipées d'un moteur diesel ont été immatriculées en 2001. Calculer le nombre de voitures de ce type immatriculées en 2011.

2. Calculer le taux d'évolution moyen annuel entre 2009 et 2011, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01 %.

3. **a.** À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.

   b. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 2,5x + 102,6$.
   Tracer cette droite sur le graphique figurant en annexe.

   c. À l'aide de ce modèle, estimer les indices du nombre de voitures neuves équipées d'un moteur diesel immatriculées en 2012 et en 2013.

4. Le tableau ci-dessous donne le nombre d'immatriculations de voitures neuves (exprimé en milliers) équipées d'un moteur diesel de 2009 à 2013.

Année	2009	2010	2011	2012	2013
Nombre d'immatriculations (en milliers)	1 597,7	1 555,4	1 558,2	1 354,9	1 182,2
Indice y_i, base 100 en 2001	126,0	122,7	122,9		

a. Faut-il remettre en question l'estimation faite à la question 3. c. ?

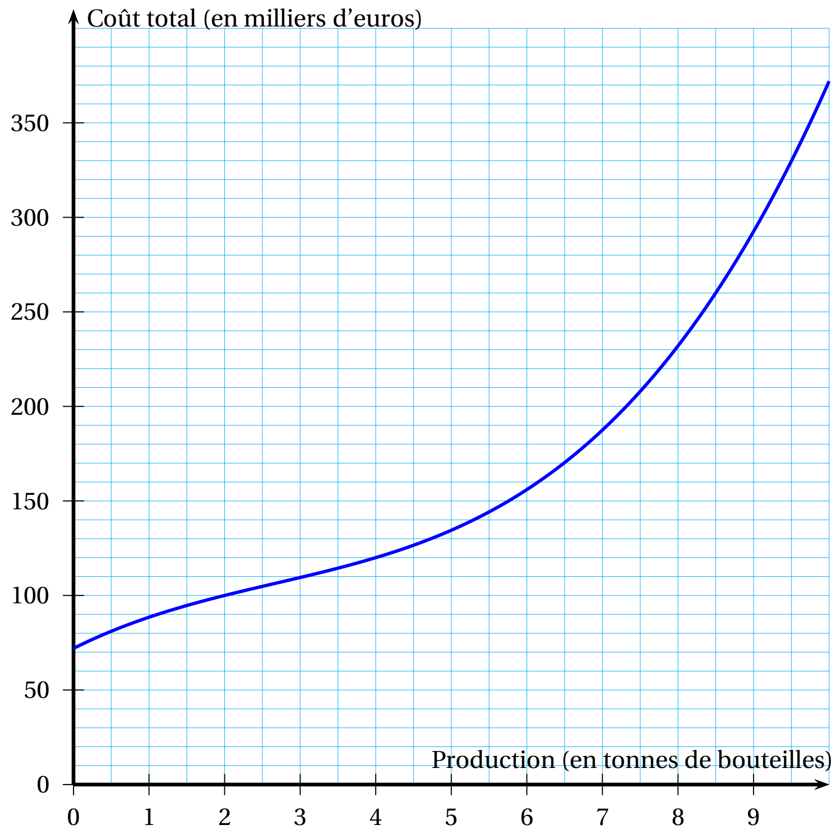
b. Si la tendance observée sur le tableau entre 2011 et 2013 se poursuit, combien de voitures neuves équipées d'un moteur diesel devront être immatriculées en 2015 ? Expliquer la démarche entreprise.

EXERCICE 4 **5 points**

Une entreprise fabrique des bouteilles en verre. La production quotidienne, exprimée en tonnes, varie entre 0 et 10.
Pour l'entreprise, le coût correspondant à la fabrication de x tonnes de bouteilles, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\ \ 10]$ par :

$$f(x) = 0,5x^3 - 4x^2 + 20x + 72.$$

On a représenté ci-dessous la fonction f dans un repère orthogonal du plan.



Partie A

1. Déterminer, par lecture graphique, le coût correspondant à la fabrication d'une tonne de bouteilles.

2. Déterminer, par lecture graphique, la production de bouteilles correspondant à un coût de fabrication de 130 milliers d'euros.

Partie B

On appelle coût moyen la fonction C_M définie sur l'intervalle $]0\,;\,10]$ par :

$$C_M(x) = \frac{f(x)}{x}.$$

1. Calculer la dérivée de la fonction C_M, notée C'_M.

2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\,;\,10]$, $C'_M(x)$ peut s'écrire

$$C'_M(x) = \frac{(x-6)\left(x^2+2x+12\right)}{x^2}.$$

3. Justifier que $C'_M(x)$ est du signe de $x-6$ pour x variant dans l'intervalle $]0\,;\,10]$ et en déduire le tableau des variations de la fonction C_M.

4. Déterminer la production de bouteilles correspondant à un coût moyen minimal.

Partie C

L'entreprise vend ses bouteilles de verre au prix de 40 milliers d'euros la tonne.

1. On note B la fonction bénéfice, exprimée en milliers d'euros. Montrer que l'expression de $B(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ est :

$$B(x) = -0,5x^3+4x^2+20x-72.$$

2. Calculer le bénéfice associé à une production de 6,5 tonnes.

3. Que pensez-vous de l'affirmation « le bénéfice est maximal lorsque le coût moyen est minimal » ? Justifier la réponse.

Annexe à rendre avec la copie

Exercice 2

Année	Effectif	Taux d'évolution annuel
2010	250	
2011	225	
2012	202	
2013	182	
2014	164	

Annexe Exercice 3