∽ Baccalauréat Métropole 11 septembre 2014 ∾
STMG

Exercice 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des quatre questions, une et une seule des réponses proposées est exacte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Chaque bonne réponse rapporte un point.
Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou pour une absence de réponse.
Aucune justification n'est attendue.

En 2012, le prix d'un litre de carburant était de 1,40 €.
Ce prix a connu une augmentation de 3 % entre 2012 et 2013.

1. Le prix d'un litre de carburant en 2013 était alors de :

   a. 1,82 € **b.** 1,442 € **c.** 1,43 € **d.** 4,40 €

2. Ce prix augmente à nouveau de 10 % entre 2013 et 2014.
   Entre 2012 et 2014, le prix a globalement augmenté de :

   a. 13 % **b.** 13,3 % **c.** 43 % **d.** 11,33 %

3. On prévoit que, sur la période 2014 – 2016, le prix du litre de carburant va augmenter globalement de 12,36 %.
   Le taux d'évolution annuel moyen sur cette période sera alors de :

   a. 6 % **b.** 6,18 % **a.** 3,52 % **d.** 3,09 %

4. En supposant que, durant les quatre années précédant 2012, le prix d'un litre de carburant a augmenté de 5 % par an, le prix d'un litre de carburant en 2008, au centime près, était de :

   a. 1,14 € **b.** 1,20 € **c.** 1,12 € **d.** 1,15 €

Exercice 2 **5 points**

Les parties A et B sont indépendantes.
Les résultats des probabilités seront donnés sous forme décimale.

Partie A

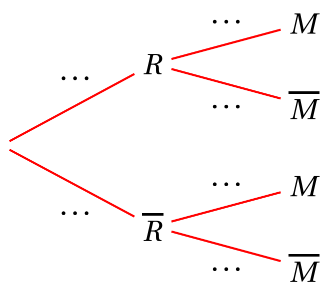
Un magasin vend des appareils électroménagers. Une enquête statistique sur ses clients a montré que :

- 10 % des clients achètent un réfrigérateur ;
- parmi les clients qui achètent un réfrigérateur, 30 % achètent aussi un four à micro-ondes ;
- parmi les clients qui n'achètent pas de réfrigérateur, 15 % achètent un four à micro-ondes.

On choisit au hasard un client du magasin.
On considère les évènements R et M suivants :
R : « le client achète un réfrigérateur »
M : « le client achète un four à micro-ondes ».
Pour tout évènement E, on note $p(E)$ sa probabilité et $\overline{E}$ l'évènement contraire de E ; si de plus F est un évènement de probabilité non nulle, on note $p_F(E)$ la probabilité de l'évènement E sachant que F est réalisé.

1. a. Préciser les valeurs de $p(R)$, $p_R(M)$ et $p_{\overline{R}}(M)$.

b. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci- contre.



2. a. Définir, à l'aide d'une phrase, l'évènement $R \cap M$.

b. Calculer la probabilité de l'évènement $R \cap M$.

c. Montrer que la probabilité qu'un client choisi au hasard achète un four à micro-ondes est égale à $0,165$.

d. Calculer la probabilité qu'un client choisi au hasard n'achète pas de réfrigérateur sachant qu'il a acheté un four à micro-ondes. On arrondira le résultat au millième.

Partie B

Un produit de nettoyage conditionné dans des flacons est aussi vendu par le magasin.
Le volume de produit contenu dans un flacon, en millilitres (mL), est modélisé par une variable aléatoire V. On admet que V suit une loi normale d'espérance 250 et d'écart type 5.
Pour procéder à un controle, on prélève un flacon au hasard dans le stock du magasin.

1. Donner la probabilité que le volume de produit contenu dans le flacon prélevé soit compris entre 240 mL et 260 mL.

2. Donner la probabilité que le volume de produit contenu dans le flacon prélevé soit inférieur ou égal à 240 mL.

Exercice 3 **6 points**

On s'intéresse à la population d'une ville et on étudie plusieurs modèles d'évolution de cette population.
En 2013, la population de la ville était de 15 000 habitants.

Partie A - Étude de deux modèles d'évolution

1. Hypothèse 1

En analysant l'évolution récente, on fait d'abord l'hypothèse que le nombre d'habitants augmente de 1 000 habitants par an.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants pour l'année $2013+n$. On a ainsi $u_0 = 15\,000$.

a. Que représente u_1 ? Calculer u_1 et u_2.

b. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier.

c. Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n en fonction de n.

d. Selon ce modèle, quelle devrait être la population en 2018 ?

e. Selon ce modèle, en quelle année la population devrait-elle atteindre 30 000 habitants ?

2. Hypothèse 2

On fait à présent l'hypothèse que le nombre d'habitants augmente de 4,7 % par an.

Le nombre d'habitants pour l'année $(2013+n)$ est modélisé par le terme v_n d'une suite géométrique. Ainsi $v_0 = 15\,000$.

a. Calculer les valeurs des termes v_1 et v_2 arrondies à l'unité.

b. Déterminer la raison de la suite (v_n) ?

c. Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.

d. Calculer, selon ce modèle, le nombre d'habitants de la ville en 2028.

e. En examinant l'évolution de villes comparables à celle que l'on étudie ici, des experts ont estimé que sa population allait augmenter de 50 % en 15 ans. Le résultat trouvé à la question précédente est-il en accord avec les prévisions des experts ? Justifier.

Partie B - Analyse des résultats sur tableur

On utilise un tableur pour comparer l'évolution de la population suivant les deux modèles. Les cellules sont au format « nombre à zéro décimale ».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
2	Rang	0	1	2	3	4	5	6	7
3	Population selon l'hypothèse 1	15 000							
4	Population selon l'hypothèse 2	15 000							

1. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C3, pour obtenir, par recopie vers la droite, les termes successifs de la suite (u_n) pour n variant de 1 à 7 ?
2. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C4, pour obtenir, par recopie vers la droite, les termes successifs de la suite (v_n) pour n variant de 1 à 7 ?

Exercice 4 **5 points**

Partie A

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[4\,;\,16]$ par :

$$f(x) = -x + 20 - \frac{64}{x}.$$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[4\,;\,16]$, on a :

$$f'(x) = \frac{64 - x^2}{x^2}.$$

2. **a.** Montrer que le tableau de signes de f' sur l'intervalle $[4\,;\,16]$ est :

x	4		8		16
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

b. Dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[4\,;\,16]$.

Partie B

Une entreprise produit et commercialise entre 4 et 16 tonnes d'engrais par jour.
On admet que toute sa production est vendue.
Le bénéfice total (exprimé en centaines d'euros) réalisé pour une production de x tonnes d'engrais, est modélisé à l'aide de la fonction B définie par :

$$B(x) = -x^2 + 20x - 64.$$

1. En étudiant les variations de la fonction B sur l'intervalle $[4\,;\,16]$, déterminer la production permettant de réaliser un bénéfice total maximal. Quel est ce bénéfice total ?
2. Le bénéfice unitaire pour une production de x tonnes d'engrais est donné par $\dfrac{B(x)}{x}$.
   Le bénéfice total et le bénéfice unitaire sont-ils maximaux pour la même production d'engrais ? On pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie A.