

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2018

## MATHÉMATIQUES

*Sciences et Technologies du Management et de la Gestion*

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 3

Calculatrice autorisée conformément à la réglementation en vigueur.

***Le candidat doit traiter les 4 exercices.***

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

*Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.*

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

## Exercice 1 (5 points)

Le tableau suivant donne le nombre d'abonnements à internet en très haut débit en France du premier trimestre 2015 au quatrième trimestre 2016.

Trimestre	T1 2015	T2 2015	T3 2015	T4 2015	T1 2016	T2 2016	T3 2016	T4 2016
Rang du trimestre $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
Abonnements $y_i$ (en millions)	3,56	3,63	3,88	4,3	4,5	4,77	5,04	5,43

Source : Arcep

### Partie A - Modèle 1

- À l'aide de la calculatrice, donner, pour cette série statistique, une équation de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés.  
*On arrondira les coefficients au millième.*
- On décide de modéliser l'évolution du nombre d'abonnements  $y$  en fonction du rang  $x$  du trimestre par l'expression :  $y = 0,27x + 3,16$ .  
Sur la base de ce modèle, calculer le nombre d'abonnements prévu au deuxième trimestre de l'année 2018.

### Partie B - Modèle 2

Les données du tableau et celles publiées depuis permettent d'envisager que le nombre d'abonnements à internet en très haut débit en France pourrait continuer à augmenter de 6 % chaque trimestre, à partir de la fin de l'année 2016. On note  $u_n$  le nombre d'abonnements, en millions, à internet en très haut débit en France au bout de  $n$  trimestres. Ainsi  $u_0 = 5,43$ .

- Vérifier en détaillant le calcul que  $u_1 \approx 5,76$  (valeur arrondie au centième).
- Quelle est la nature de la suite ? Donner sa raison.
- Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- L'actualisation des données a révélé qu'au deuxième trimestre de 2017, le nombre d'abonnements s'élevait en réalité à 6,15 millions. Des deux modèles 1 et 2, lequel semble le plus adapté ?
- L'algorithme ci-dessous est destiné à estimer le nombre de trimestres nécessaires pour qu'au moins 10 millions de foyers soient connectés en très haut débit à internet.

$n \leftarrow 0$ $u \leftarrow 5,43$ Tant que $u < 10$ $u \leftarrow u \times 1,06$ $n \leftarrow n + 1$ Fin Tant que
--

Quelle est la valeur de la variable  $n$  à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

## Exercice 2 (4 points)

Une agence de voyage a effectué un sondage auprès de ses clients pendant la période estivale.

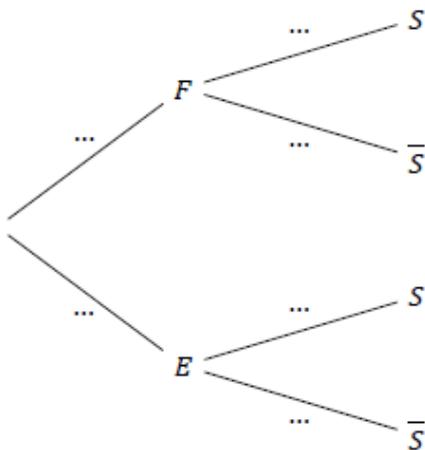
Le sondage est effectué sur l'ensemble des clients. Ce sondage montre que :

- 38 % des clients voyagent en France ;
- 83 % des clients voyageant en France sont satisfaits ;
- 78 % des clients voyageant à l'étranger sont satisfaits.

On interroge un client au hasard. On considère les événements suivants :

- $F$ : « le client a voyagé en France » ;
- $E$ : « le client a voyagé à l'étranger » ;
- $S$ : « le client est satisfait du voyage ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



2. Définir par une phrase l'évènement  $E \cap S$  et calculer sa probabilité.

3. Montrer que  $P(S) = 0,799$ .

4. Sachant que le client est satisfait, quelle est la probabilité qu'il ait voyagé à l'étranger ?

*On arrondira pour cette question le résultat au millième.*

### Exercice 3 (4 points)

On s'intéresse à l'évolution du prix d'une matière première en euros par tonne depuis 2011. Le tableau ci-dessous donne le prix de cette matière première entre 2011 et 2016 avec 100 pour indice de base en 2011.

Dans ce tableau certaines données sont manquantes.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
2	Prix en €/tonne	248	188,5	237		167,5	189
3	Indice du prix (base 100 en 2011)	100	76	95,6	73,2	67,5	

1. Déterminer le taux d'évolution du prix entre 2015 et 2016.  
*On arrondira à 0,01 %.*
2. Calculer le prix en euros par tonne en 2014.  
*On arrondira au dixième.*
3. Calculer l'indice du prix en 2016.  
*On arrondira au dixième.*
4. Quelle formule a-t-on entrée dans la cellule C3 pour obtenir par recopie vers la droite les indices du prix ?
5. Montrer que le taux d'évolution annuel moyen, arrondi à 0,01 %, entre 2011 et 2016 est  $-5,29\%$ .

## Exercice 4 (7 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

### Partie A

Pour la fabrication de machines agricoles, une usine reçoit en grande quantité des plaques métalliques carrées. Elles ne peuvent être utilisées dans le processus de fabrication que si la longueur de leurs côtés et leur épaisseur respectent certains critères.

1. Un premier test permet de vérifier la longueur des côtés de chaque plaque. Une plaque réussit ce test si la longueur de ses côtés est comprise entre 81,6 centimètres et 82,4 centimètres. On note  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque plaque prélevée au hasard, associe la longueur de son côté, en centimètres. On admet que la variable aléatoire  $X$  suit la loi normale d'espérance 82 et d'écart-type 0,2.

Déterminer la probabilité, arrondie au millième, qu'une plaque réussisse ce premier test.

2. Les plaques ayant réussi le premier test subissent un second test permettant de vérifier leur épaisseur. Une plaque sera utilisable par l'usine si son épaisseur est inférieure à 3 millimètres. Le fournisseur affirme que 90 % des plaques qui subiront ce second test ont une épaisseur inférieure à 3 millimètres. On effectue le second test sur un lot de 2 500 plaques.
  - a. Déterminer l'intervalle de fluctuation, à au moins 95 %, de la fréquence des plaques dont l'épaisseur est inférieure à 3 millimètres, dans ce lot.
  - b. Parmi les 2 500 plaques, 2 274 ont réussi le second test. Au regard de ces résultats, doit-on accepter l'affirmation du fournisseur ?

### Partie B

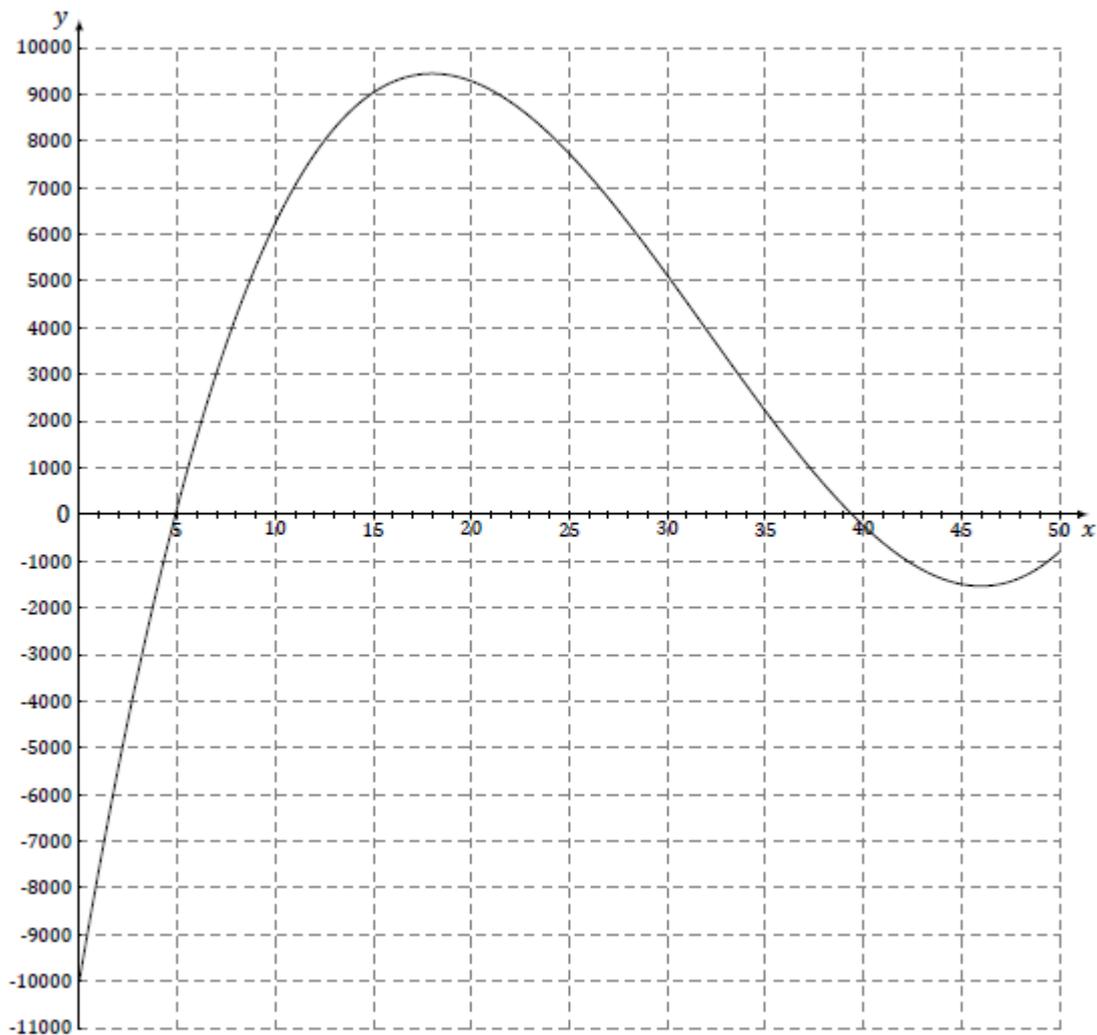
Cette usine peut produire en un mois entre 0 et 50 machines agricoles.

On a modélisé le bénéfice de l'entreprise, exprimé en milliers d'euros, par la fonction  $f$  définie pour tout nombre réel  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0 ; 50]$  par :

$$f(x) = x^3 - 96x^2 + 2\,484x - 10\,000.$$

On dit que l'entreprise réalise des profits si son bénéfice est strictement positif.

On a tracé la représentation graphique de cette fonction  $f$ .



1. Par lecture graphique, donner sous forme d'intervalle, le nombre de machines agricoles que doit produire l'entreprise pour réaliser des profits.
2. On désigne par  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Calculer  $f'(x)$ .
3. Résoudre l'équation :  $3x^2 - 192x + 2\,484 = 0$ .
4. Recopier et compléter le tableau de variations ci-dessous :

$x$	0	...	...	50
Signe de $f'(x)$		0	0	
Variations de $f$				

5. À l'aide des questions précédentes, donner le nombre de machines à fabriquer pour que le bénéfice soit maximal, puis calculer ce bénéfice maximal.